

# 艾雪的心靈版畫

艾雪的魔幻世界畫展導覽·民國 103 年 3 月

單維彰

國立中央大學數學系與師資培育中心

荷蘭版畫家艾雪 (M. C. Escher) 已經辭世四十多年了，現在應該可以安全地說，他的創作已成經典，而他的「生涯代表作」很可能是：《水車》(Waterfall;1961)。

乍看之下，這是一座荷蘭鄉間常見的水車，但是它座落在艾雪魂牽夢縈的南義大利。剛開始，吸睛的或許是左下角過份不成比例的苔蘚（實際的高度不到三毫米），或者雙塔上的裝飾品（分別是融嵌在一起的三個正方體和三個八面體）。但是，再多看一眼，應該就覺得奇怪了。

如果真有這樣的水車，那該多好？把它改裝成水力發電廠，人們就再也不必考慮核能發電，也不必擔心溫室效應與臭氧層破洞了，只要在渠水蒸發之後補上兩桶，就可以源源不絕地發電。



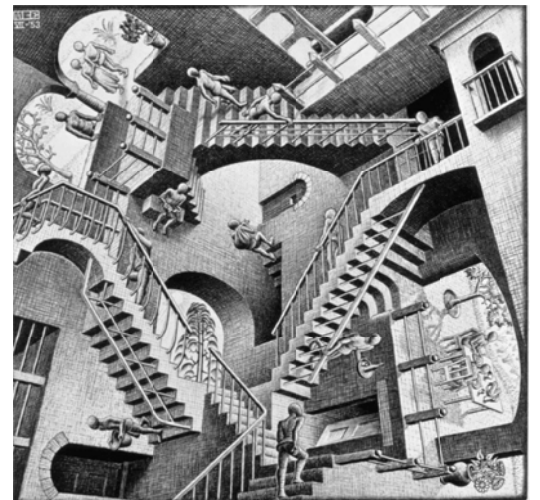
艾雪生於 1898 年，所以，只要看到一幅製於 19xx 年的畫，就知道那是他在  $xx+2$  歲的作品；例如，艾雪的生涯代表作《水車》，做於 63 歲。閱讀歷來的文化創作大師，將會發現一個頗為普遍的有趣現象：數學和音樂的天分成熟得較早，而畫家經常是大器晚成的。

艾雪的中學數學成績很糟，算術和代數都學不來，幾何學得稍好一些但也不理想，所以不能讀大學。他的父親是一位頗成功的土木工程師，把艾雪送去建築與設計專科學校，希望他成為一名建築師。艾雪在那裡遇到恩師，根據他在中學做的一幅製程較簡單的版畫《小孩頭像》(Head of Child;1916) 建議他改學平面設計。他考慮了一個星期，就跟父親說他要「轉系」了。



像《瀑布》這樣的作品稱為「錯視」或「錯覺」藝術，表現的重點放在我們的大腦因為對圖像的成見或概念，會自動整合作品，不合理的地方不易被發現，或者只會選擇某一個角度來觀看。而它的趣味就是，在細看之後，如果發現了巧妙的矛盾或誤導之處，就感到驚喜。

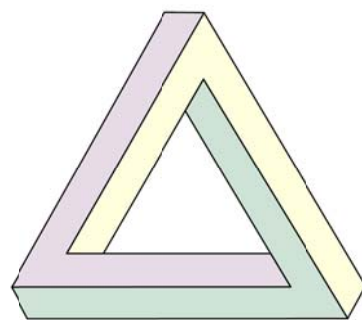
畫家都嫻熟透視邏輯，但很少人像艾雪這樣精妙地反向使用透視邏輯，利用它來引發錯覺，同時創造有藝術品味的作品。《相對論》(Relativity; 1953) 這幅畫裡展示的三度空間，有三個互相垂直的方向（或者三種互相垂直的平面），每一個方向有自己的地心引力，就好像三個世界的人生活在同一個空間裡。例如，在版畫的中央，一個人從地窖走出來，他左邊的牆，是坐著的人的地板，而他右腳踏上去的地板，是右邊正在下樓那人的牆壁。艾雪利用黑白對比產生凹凸兩可的效果，使得兩個不同世界的人能共用一道樓梯。這幅畫或許是畫家心目中的相對論詮釋，筆者倒覺



得他詮釋的是我們的民俗信仰：同一個空間裡居住了三個不同「世界」的居民，平常相安無事，但偶爾也會意外「撞倒」。

按照一般的看法，艾雪當然不是數學家。但是，1954年在阿姆斯特丹舉行的「國際數學家大會」(ICM: International Congress of Mathematicians) 為他舉辦了一場盛大的個展。當年 23 歲，後來成為理論物理學大師的潘洛斯 (R. Penrose) 以數學研究生的身份，從英國到荷蘭參加這場四年一度的盛會。他在那裡欣賞了艾雪的創作，並受到《相對論》的啟發，開始思考「以透視邏輯創造空間之視覺矛盾」的最基本原理。

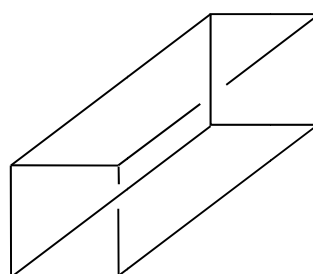
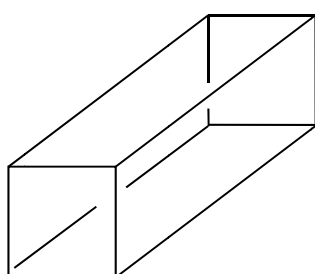
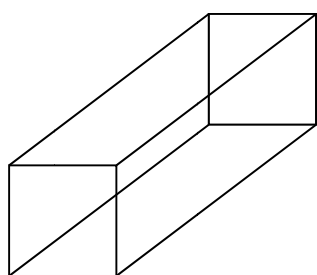
作為一名數學（物理）學者，潘洛斯的訓練和思考習慣，都傾向於探索事物或現象的最基本原理。經過一再簡化與抽象化之後，潘洛斯獲致了一個最基本的「可繪製於平面上的不可能空間結構」，如今稱為「潘洛斯三角形」。潘洛斯與他的父親，老潘洛斯 (L. S. Penrose) 分享這個發現。老潘洛斯也是一名傑出的學者，應用兒子的發明設計出一系列的「不可能結構」或「模稜兩可造型」，並且用木頭製作了模型：實際上不可能，但在某個特殊視角（透視）之下，呈現了有如潘洛斯三角形的視覺效果。他們父子二人於 1958 年聯名在心理學期刊上發表了這些發現，並且寄了一份論文抽印本給艾雪 [1]。



事實上，同樣在 1958 年，艾雪的《瞭望台》(Belvedere;1958) 幾乎與潘洛斯父子平行發展出一樣的不可能結構。繼《相對論》之後，艾雪想要挑戰更高層次的不可能：《相對論》只是不符合我們的生活經驗，並非絕不可能，而《瞭望台》則是真正的不可能。看著那眺望台的一樓，它的窄邊看來朝著左前方，但是二樓的窄邊看來朝著右前方，兩者之間的「缺口」則恰好讓一副木梯，立在一樓的室內，卻搭在二樓的室外。難道裡面也是外面、外面也是裡面嗎？那可不見得。地下室鐵窗內似乎禁錮著一個人，他很清楚，裡面就是裡面，外面就是外面。



《瞭望台》的構圖原理就在圖畫裡。台階扶牆下坐著一名少年，正困惑地看著地上一張圖；或許是剛才在數學課畫的。那張長方體的示意圖由十二條線段繪成，代表長方體的十二條稜邊。但是那十二條線段有兩個交叉點，數學老師和大部分同學似乎都覺得理所當然，唯有這位少年幻想著手中的長方體，不知道那兩對交叉的線段，到



模稜兩可的長方體

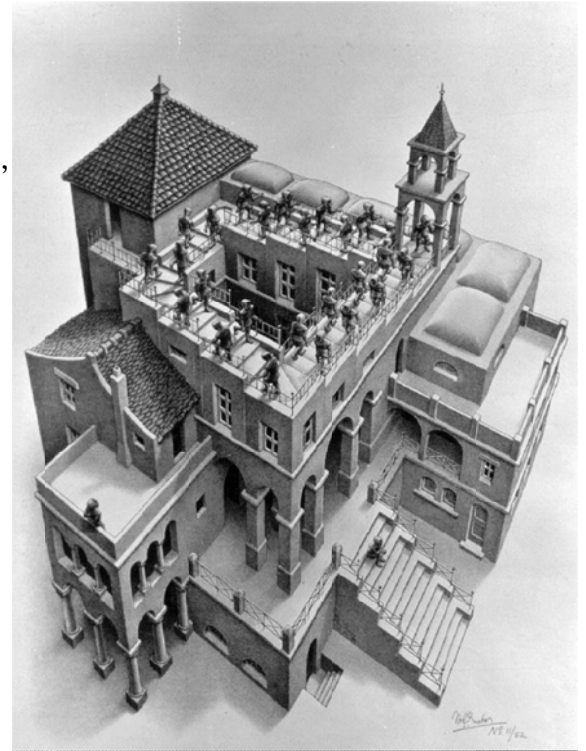
「前面」在左下方的長方體

「前面」在右上方的長方體

底哪條在前？哪條在後？還是兩條都在前？或者都在後呢？他緊握著手中的長方體，沈浸在他的困惑之中。我忍不住想，這位少年，是不是四十四年前坐在教室裡困惑不已的少年艾雪？

有人說艾雪的《瞭望台》創作靈感來自於「內克方塊」(Necker cube)，但筆者認為富於視覺創意的學生都不難發現，畫在黑板上的長方體線段圖有兩種可能的解釋，所以重新發現內克方塊的可能性很高。艾雪應該是獨立發現了長方體線段圖的錯視，並且賦予它藝術的詮釋。

艾雪終於在 1960 年和潘洛斯父子會面了。那天，他們發現艾雪和老潘洛斯生於同一年；但他們當然不知道，這兩位大師也將在同一年辭世。老潘洛斯向艾雪展示了「走不完的台階」(又名「潘洛斯階梯」(Penrose stairs))，小潘洛斯展示「不可能的三角形」。艾雪幾乎立刻就將前者複製成《升與降》(*Ascending and Descending*;1960)，圖中描繪了一座學院式的建築，其頂樓有許多人沿著台階攀爬而上或拾級而下，但若注意看人們的腳步，便會發現這是真實世界中不可能出現的建築結構。這個令人迷炫的迴轉梯，重複出現在後來的許多影片中 [2]。

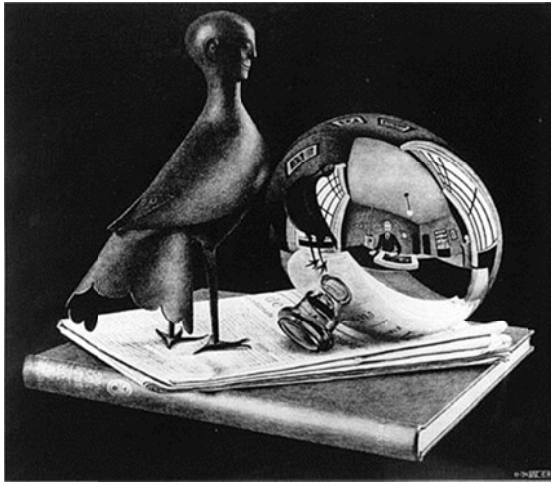


《升與降》幾乎就是《水車》的暖身之作。現在回顧《水車》，應該看得出來，艾雪的構圖裡，用了三個潘洛斯的「不可能三角形」。而且現在也更能理解數學家為什麼熱愛艾雪：因為艾雪利用透視的邏輯矛盾創造出心靈上可喜的藝術，正如數學家利用邏輯矛盾確認出理智上可喜的真實，例如「分數的平方都不可能是二」、「質數有無窮多個」、和「 $e^{i\pi} + 1 = 0$ 」。數學界把艾雪擁抱為自己人，在最權威的 Mac Tutor 數學家傳記網站裡，可以找到完整的艾雪傳記 [3]。

\* \* \*

「寫生」應該算是畫家的基本訓練吧？1922 年，艾雪從學校畢業之後，離開家鄉展開壯遊。他從翡冷翠往南遊歷，就此愛上了義大利，不久便在異鄉娶妻生子，定居下來。如果不是墨索里尼的法西斯政府造成生活環境的壓迫，艾雪可能會一直住在羅馬。在義大利的青年時期，艾雪做了許多精確度很高的寫生版畫，內容固然也包含自然景觀，但艾雪顯得比其他畫家更愛處理建築和鄉鎮題材。筆者最喜歡他在義大利中部山城斯坎諾巷道中的一瞥《斯坎諾街景》(*Street in Scanno, Abruzzi*;1930)，畫面單純地描繪山城中的一段石階陡坡，景色沿伸至遠方的山頭。這幅版畫刻好之後半個世紀，有好奇者找到同一地點，拍攝了一張黑白照片作為比對，發現除了新增幾條電線、幾台盆栽以外，五十年前後的景象與氣氛是完全一樣的；這條巷道，彷彿為了艾雪而將自己凝固在時間的長河裡。



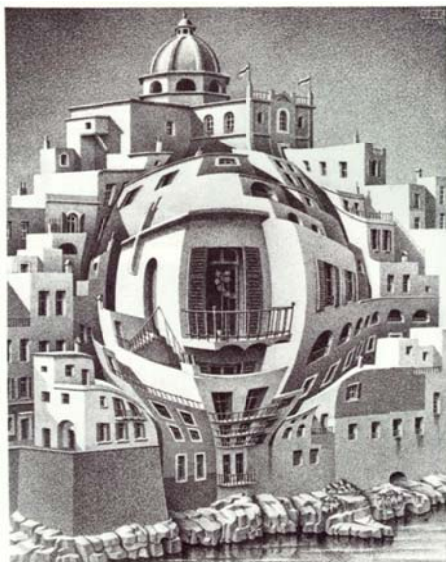


畫家也都要做靜物練習，而靜物的極致練習，應該是球面的描繪吧？我們看到艾雪在三十多歲掌握了繪製球面的技巧，例如 1934 年畫的兩樣家飾《靜物與球面鏡》(*Still Life with Spherical Mirror*; 1934)，左邊是岳父送的波斯人面鳥鋼塑—這隻「寵物」經常進入艾雪的畫，右邊是一只鏡面的圓肚瓶，艾雪自己映在裡面，他的桌上放著一塊德國石灰岩板，他正在上面繪製這幅石版畫的原版。

雖然艾雪不像梵谷那麼愛畫自己，他的確也為自己留下了一些影像。在圓肚瓶上的遠距

自畫像次年，他大方地把自己畫在《手上的球面鏡》(*Hand with Reflecting Sphere*; 1935) 裡。畫面中的左手，其實是艾雪的右手。因為他是左撇子，必須以右手持球而左手作畫。通常，版畫家要將一幅原稿的「鏡像」刻在版上，才能印出與原稿左右一致的畫，但是艾雪並沒有對《手上的球面鏡》這樣做，他把「正像」畫在石板上，印製了「鏡像」的版畫讓我們看。其實，如果不說，誰又知道（誰會關心）那隻手是左還是右？這就是物理學所指的對稱性。留心一下，就會發現艾雪的大部分畫作，不但是無關左右的（也許除了寫生畫以外），甚且是左右對稱的。

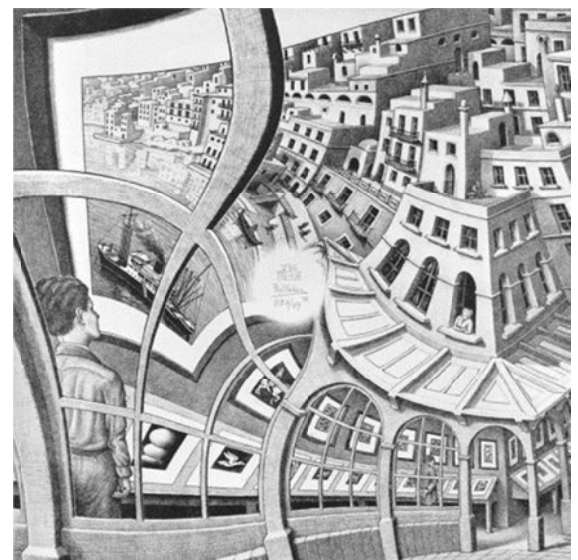
做《手上的球面鏡》的那一年，艾雪攜家帶眷離開了羅馬；除了自己的影像以外，這幅靜物想要留作紀念的，或許是被他收進球面裡的整個房間吧。遷出羅馬之後，艾雪曾短暫寄居於瑞士和比利時，最後在 1941 年回到荷蘭；少小離家的一趟壯遊，倏乎歷時 19 年。



球面的精確描繪，並不能成就一名藝術家。從球面出發，他融合了立體透視和球面映射，將它們合併在一張平面上，做出了《陽台》(*Balcony*; 1945)。就好像一面鏡子的中央，放了一個半球形的哈哈鏡。但哈哈鏡還是攝影術和影像後製技術能夠達到的效果，身為畫家的艾雪當然不能完全滿意。在球面與變形的思路繼續走了十年，艾雪提出了這條線索的頂峰之作：《畫廊》(*Print Gallery*; 1956)。

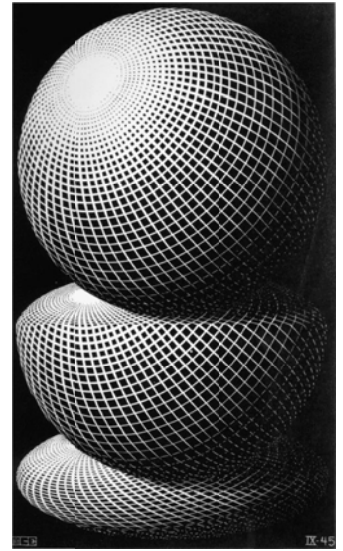
讓我們的視線從右下方的大門進入畫廊，隔著廊柱和窗櫺，我們看見兩名訪客和掛在牆上的兩列版畫。類似映在球面上，越靠近中心變得越大的效果，透視的比例從畫廊入口開始，順時鐘方向

連續地變大。頗明顯地，這是艾雪的畫展；例如左側年輕人的身前，就是艾雪用平面上的曲線，表現球、半球、和扁平圓的《球之練習曲一》(*Three Spheres I*; 1945) 木刻版畫。如果畫廊內展出的是艾雪截至 1956 年版畫，「這一幅」算不算在內呢？是的，「這一幅」也在畫廊裡，就是年輕人正仰頭看的那一幅。



那幅畫的下方海港裡有一艘船，後方的山坡有櫛次鱗比的房屋。視線轉到三點鐘位置，我們看見山坡下、港邊第一排房屋的二樓，一位婦人倚在窗台，彷彿從畫裡望著畫外的年輕人。但是，婦人窗下的屋簷，就是畫廊的屋簷，而簷下的廊柱和窗櫺之內，有兩位訪客正觀賞著艾雪的畫。如果左側的年輕人看得夠「仔細」，將會發現他自己在畫裡港邊第一排房子的畫廊裡，看著同樣的一幅畫。

用數學的說法，艾雪希望這幅畫具有「尺度的週期性」：當畫面逐漸放大到原本的尺度，則一切重複。我們經常有機會觀察尺度的週期性，只要站在互相平行的兩面鏡子中間，就會看到重複無窮多次、按比例縮小的相似景象。這種具有尺度週期性的圖畫，稱為「卓斯特特效」(Droste Effect) [4]。廿世紀的人們，早就熟悉了尺度的週期性，艾雪當然不能滿足於這種單純的週期性，而為這幅作品增加了一個「扭曲」(twist)，就好像數學老師喜歡在考題中增加一些「扭曲」那樣。艾雪設想「畫廊」這幅畫要一邊旋轉、一邊放大，使得畫面旋轉「一圈」之後，恰好重複原來那一幅畫。



如果順時鐘旋轉將使畫面放大，則逆時鐘旋轉就將縮小，朝著畫面的中心無窮地縮小進去。但是，艾雪畢竟全憑直覺而作，在數學上力有未逮，所以他繪製了這幅畫的（逆時鐘）「第一段」週期，而將其後無窮段的週期留在中央的空白處，簽名結案。至於艾雪為什麼想到「扭曲空間」的主意？據他自己說，是被愛因斯坦的「彎曲宇宙」理論所啟發。第一流的藝術家經常能夠欣賞科學的創意，並賦予自己的詮釋；別忘了他也有一幅名為《相對論》的版畫。

艾雪在 1956 年留下的空白，由另一位荷蘭人在 2001 年補滿了 [5]。任教於加州大學柏克萊分校數學系的連特拉 (Hendrik Willem Lenstra, Jr.) 教授，在搭乘荷蘭航空回國途中讀了《畫廊》的故事，他發現艾雪想要完成的變形效果，可以經由一種「非線性映射」函數達到。他先將艾雪的版畫掃描成數位圖像，然後用他設計的「映射」的反函數，將版畫還原成正常的透視比例。還原之後，可發現艾雪遺漏或不準確之處；連特拉把它印出來送回荷蘭，請那邊的藝術家補完整。將補完的畫重新數位化，就有了「直線型」的尺度週期性；再經過映射，就實現艾雪原來想要的「旋轉型」尺度週期性了 [6,7]。數位化之後，可以讓「畫廊」真的旋轉起來了。各位觀眾在展場中看見的旋轉畫廊動畫，就是連特拉教授的成果。

\* \* \*

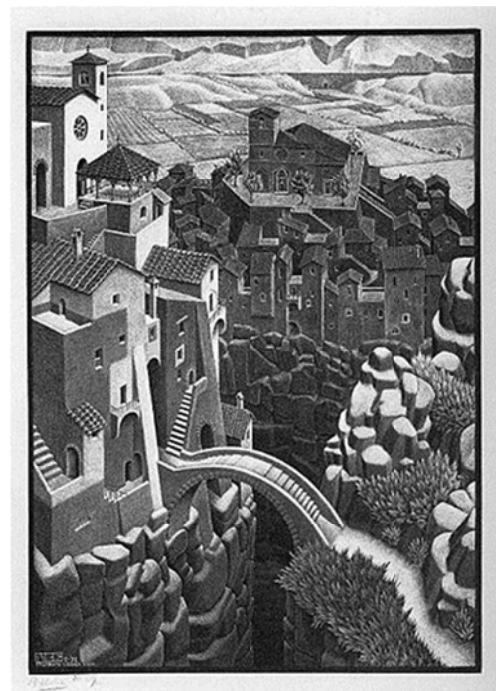
艾雪在學校接受的是關於地磚與壁紙設計的工藝教育。地磚與壁磚，不僅其外形必須能夠鋪滿一張平面，還得考量生產技術和鋪就的美感，設計可拼湊成規律變化的圖案。不管地磚上的圖案，只討論地磚的外形是否可以無縫且不重疊地鋪滿平面，是一種稱為正規平面分割 (Regular Plane Division) 的數學。在小學，正規平面分割又常稱作拼貼或鑲嵌 (tessellation)。或許是因為艾雪的教育背景，使得他很喜歡拼貼，所以在這個主題留下最多的作品。臺灣的數學教育沒有拼貼主題，而且我們生活環境中的地磚大多是缺乏設計圖案的長方形，所以，我們對於拼貼的數學性質，可能感到比較陌生。相對地，英、美小學數學教育都有拼貼主題，而且他們的生活環境中可能看到更多樣式的地磚形狀和紋飾。



艾雪的第一幅平面分割作品《八顆頭》(Eight Heads;1922) 作於他從學校畢業的那一年。顯然，圖中不只八顆頭，所謂「八顆」是指四分之一個畫面裡的四男四女，其中兩男兩女「立」著，另外四人「倒」著。畫面呈現的並不是一塊「地磚」，而是四塊；那幅版畫，是一塊正方形木刻板印了四次的結果。

雖然艾雪早期的《八顆頭》只使用了最簡單的平面分割(正方形)，卻已經展現了他未來同類作品的特性：第一，圖案中沒有「背景」，兩組(或更多組)圖案彼此成為對方的背景，彼此「鑲嵌」或「拼貼」，鋪滿整個平面，例如《八顆頭》畫面中以男男女女的側面上身肖像彼此填滿整個版面。第二，堅持創造人們「可辨認」的形象圖案，不像清真寺，因為伊斯蘭的教義不准使用生物形象，所以都採用抽象的幾何圖案作為紋飾。

但是艾雪並沒有在《八顆頭》之後，立即追求他的平面分割藝術，反而先被自然景物吸引了。當他遊歷義大利，他的經驗和想像完全被自然景觀和鄉鎮村落掌控，那段時期的作品都以現實世界的影像為基礎。例如《橋》(The Bridge;1930) 雖然不是寫生，而是出於想像，但仍然是現實世界的摩寫。直到離開了義大利之後，他感到「除卻巫山不是雲」而不再受到外在世界的吸引，轉而進入內心世界搜尋靈感，才開啟了豐沛的想像力。



以上說法雖然出於艾雪的自述，筆者還是勸大家不必太過於相信。就好像發明商務電腦語言 COBOL 的女數學家 Grace Hopper 曾說，她發明 COBOL 語言的原因，是她經常算錯自己的支票存摺。這樣的說法固然有其真實的成分，但還是以玩笑的成分居多。

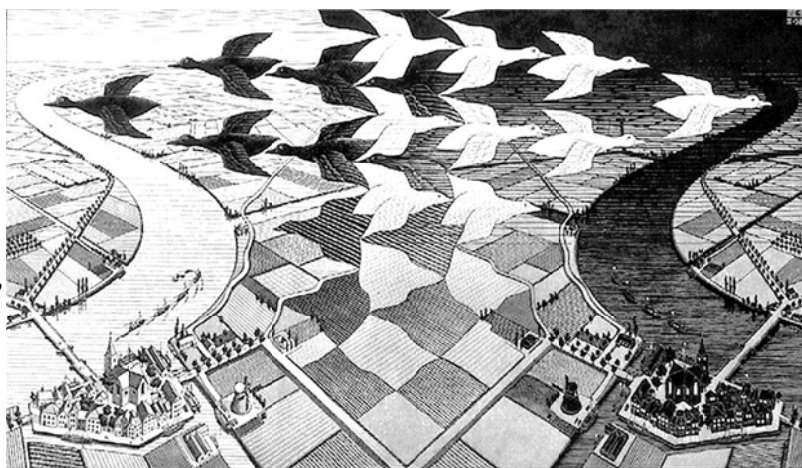
艾雪留下非常多平面分割的創作，我們僅以《蜥蜴圖案馬賽克》(Plane-filling Motif with Reptile;1941) 為例。我們看到，艾雪不僅只想要「鋪滿平面」而已，他還要含括其他的元素，包括對稱、漸變、和無限。例如這一幅圖除了具備平面分割的效果以外，顯然還有線條的對稱性、顏色的(逆)對稱性、以及方向的(逆)對稱性。



這次到展的單純平面分割作品較少，我們稍後可以在艾雪的其他作品裡，看到部分的平面分割。臺灣師範大學數學系的許志農教授及研究生 [8，以下三圖取自該網站]，做了許多平面分割技術的解析，讓我們了解以正方形、正三角形、菱形(由兩個正三角形組成)、正六邊形為基礎，經過巧妙的剪貼之後設計平面分割圖案的原理，並有示範影片與創作集錦。



因為正方形和三角形也是正多面體的組成元素，所以艾雪的平面分割藝術，也能推廣到空間中的多面體。此外，常出現在艾雪畫裡的多面體，例如《水車》塔頂上的那兩個，也是艾雪版畫的延伸主題。台北師大附中的彭良禎老師 [9]，以及林口國中的李政憲老師，都在這些方面有所研究，並產出許多可愛的作品，臺灣的觀眾可以向這些本地的學者專家請益。



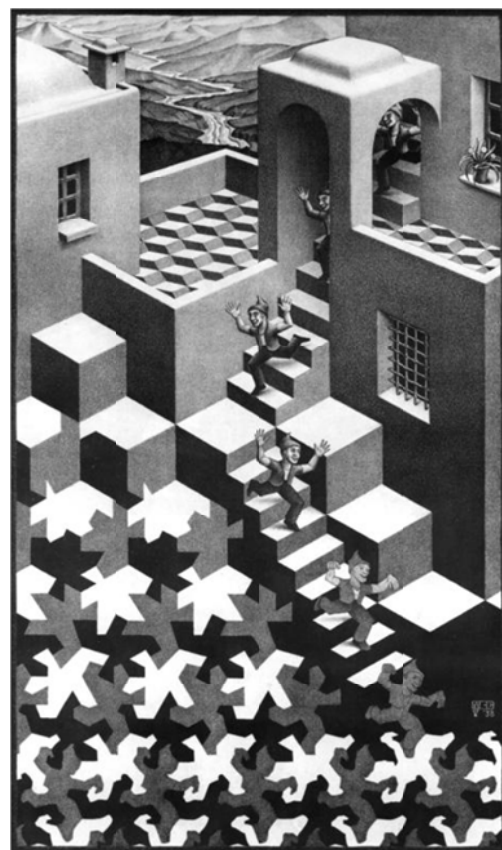
最具代表性的平面分割加漸變作品，當推艾雪的《晝與夜》(Day and Night;1938)。這幅作品的圖案左右對稱，顏色相反，從左邊白晝的城市與河流，沿著天空上飛行的黑鳥，將我們的視線慢慢轉換為白鳥；黑鳥與白鳥在圖片的中央分割了平面，牠們向下漸變為田野，向兩側漸變為對方的背景。這幅圖同時具備了奇對稱和偶對稱的雙重特質：就圖案的線條而言，對稱於中垂線，是一種偶對稱，就顏色而言，則左右相反，是一種奇對稱。



《日與月》(Sun and Moon;1948) 和《晝與夜》有著同樣旨趣，卻不是以漸變呈現。那些藍色的鳥飛翔在陽光之前，遮住了部分的太陽和光芒。同時，那些白色的鳥飛翔在夜空，遮住了部分的弦月和星光。這一幅圖也不算是「正規」平面分割，14 隻青鳥和 14 隻白鳥各自不同，並不重複也沒有對稱性。

除了矛盾和映射的妙用，以及各種對稱方式的平面分割以外，艾雪令數學家為之傾倒的第四類作品，就是如《晝與夜》的連續漸變 (Morphing)。在電腦動畫時代，如今這種技術已經有軟體可以代勞大部分的技術細節，而數學家在更早以前便在「拓樸學」的 Homotopy 主題中思索這種現象。艾雪沒有看過連續漸變動畫，也沒有學過拓樸，憑著他自己的想像力和創造力而成就了這些作品。另一幅膾炙人口的漸變與平面分割作品，是《循環》(Cycle;1938)。一個跑下樓梯的快樂小人兒，從立體圖像漸變成平面圖案，以三角形（三條對稱軸）方式貼滿下方的平面，然後上升變為菱形，而三種顏色的菱形組成了正方體，融入了建築的主體，小人兒又從裡面跑出來。

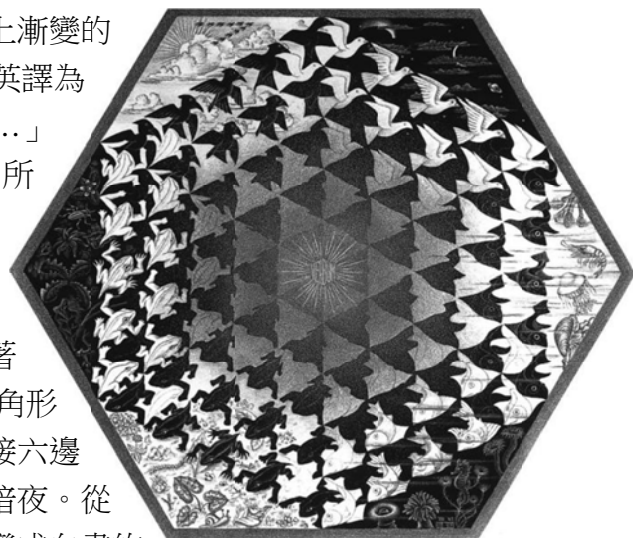
艾雪或許會暗自懊惱，「循環」這個題目給得太早了，他後來做了更美妙而深刻的循環。就好像米蘭昆德拉，似乎在他後來的作品中暗示「生命中不能承受的輕」這個題目給得太早了。艾雪在《循環》之後大約兩年而做的《變形二》(Metamorphosis II;1939-40)，是一幅大約 4 公尺的「長幅」，或許比《循環》更循環些。





從左側儉樸的文字格線出發，想像著低沉的四二拍子背景音樂，隨著正方形棋盤格經過一段變奏之後，序曲轉變為四三拍子的第一樂章，蜥蜴從地裡爬了出來，蜜蜂也從蜂巢裡飛了出來。萬物滋長，生生不息，歡愉的樂音帶著我們來到南義地中海邊的一座小鎮，音色逐漸黯淡下來，伊斯蘭形式的防禦堡壘跨入海中，變成了西洋棋盤上的城堡。序曲的旋律再度浮現，燈光漸暗，標題文字變成了謝幕文字。將這幅畫連成一長條，再將它在首尾都出現標題字的位置重疊黏接成一個環，就真的可以循環不已地展出了；就好像上緊發條的音樂盒，可以循環地播放。當然，掃描之後做成循環播放的動畫也行（別忘了背景音樂）。漸變過程中出現多次的平面拼貼，在簡單的幾何與複雜的生物型態之間轉換，在平面與立體間轉換，在生命與物質間轉換。艾雪完成了一幅豐富的版畫。

如果《變形二》具有萬物生息與生命循環的意涵，拼貼加上漸變的《太初》(Verbum;1942) 就更具像了。Verbum 是拉丁文，英譯為 Word，艾雪根據它在聖經「In the beginning was the Word ...」這句話裡的位置，引用它作為「In the beginning」的意思，所以我將這幅畫的名字意譯為「太初」，而不是「字」或者「道」。



在《太初》這幅正六邊形構圖的中心，渾濁的灰色地帶寫著 VERBUM。從那混沌不明的太初向外延展，黑白相間的三角形逐漸演化成青蛙、游魚、和飛鳥。這些生物組成另一個內接六邊形，內外六邊形之間示意了天空、海洋、與陸地的白晝與暗夜。從中心向外，黑色三角形漸變成暗夜的底色，白色三角形漸變成白晝的底色。順時鐘旋轉，白色生物轉接給黑色，黑色給白色，而生命的形式也在青蛙、游魚、和飛鳥之間轉換。

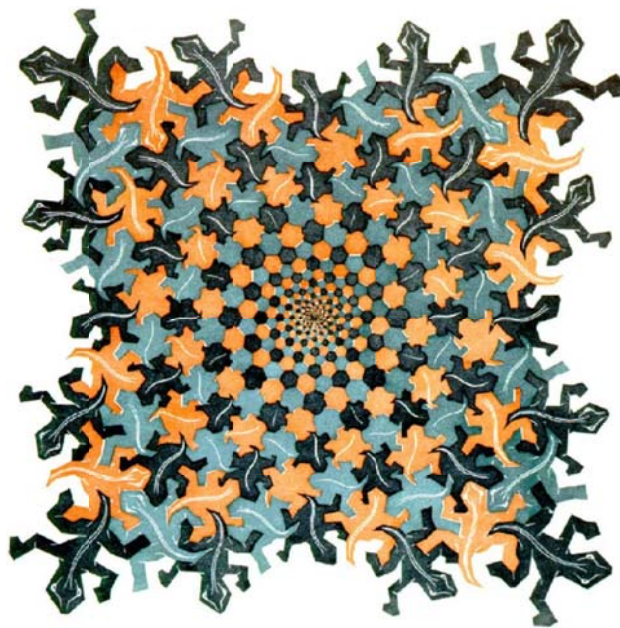
讀到這裡，或許會認為艾雪是一名基督徒。其實這很可能是個誤會：解讀他的文章，他比較像一名無神論者。艾雪的畫自在地引用基督教、猶太教、回教和佛教的元素，以《太初》為例，雖然借用了聖經裡的一個字，關心的卻主要是萬物的孳息，甚至還有生命形式「各站停靠」的隱喻呢。

艾雪創造了《蜥蜴圖案馬賽克》之後，端詳著它，有個感覺困擾著他，覺得那一幅圖是多麼地虛假，就好像他親手射殺了那些蜥蜴。於是，掌握了平面與立體的漸變技術之後，艾雪著手設計讓那扁平蜥蜴「活」起來的版畫，就產生了《蜥蜴》(Reptiles;1943)。平面的爬蟲像一幅拼圖（後來真的被做成拼圖），鋪在書桌上；桌上還有些物品，包括一小壺酒、一盒捲煙紙、和一個正十二面體。那蜥蜴從平面的地上爬出來，歷經幼年、少年、進取向上的青年、意氣風發的成年，在牠人生的頂端呼風喚雨之後，開始衰老、走下坡。最後，塵歸塵、土歸土，它又回到了平面。





循環，或者週期性，固然有無窮的隱喻，但畢竟不是直接的表達。《發展二》(Development II;1939) 大約是艾雪挑戰無限的第一幅作品。外圍的拼貼蜥蜴逐漸向內縮小，漸變為正六邊形，一圈圈地縮小而讓人有無窮多的感覺。其實艾雪並不滿意這幅作品，後來多次設法處理無窮的概念。為了這個創作上的渴望，他一有機會就向人討教數學，並且偏執地改進他的技術。為了製作外形相似而越來越小的圖案，他把木板刨得像鏡子一樣光亮，嚴格而精密地測量，自製極細的雕刻刀，在十二倍的放大鏡之下刻木板；而且，物件越小他就得重複越多次。



根據後見之明，真正令艾雪滿意的「無窮」且「圓滿」的作品，都得在 1954 年 ICM 的個展之後才會發生。雖然他在四十歲左右就認識幾位數學家，特別是結晶學者，卻是在 ICM 才結交到真正能幫助他突破自己的數學界朋友。儘管如此，在這當中的十幾年，他仍然不斷地嘗試將平面的拼貼「推廣」到球面上，或者映射到圓內，以達到完美的無窮意象。

\* \* \*

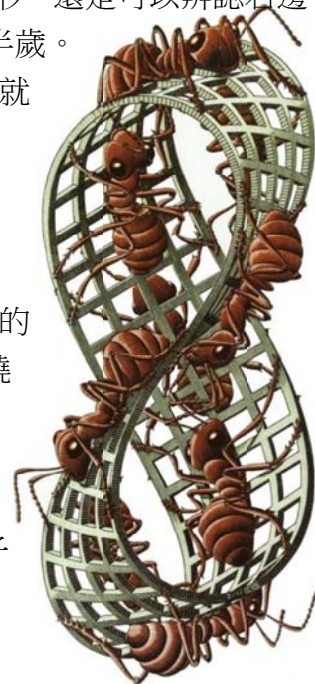


藝術家似乎經常將情婦入畫，但是很少畫妻子（新婚或婚前畫的不算），更別說是畫三十年的老伴了。艾雪的版畫主題，自 1935 年之後逐漸從現實轉入內心，也就很久沒畫人像了。在 1955 年，他受到古典科幻小說《隱形人》(The Invisible Man, 1897 by H. G. Wells) 將繃帶纏在透明人的頭上而顯示其輪廓的啟發，創造出一系列的「帶狀」作品。其中《結合》(Bond of Union;1956) 以一條連續不斷的繃帶浮顯兩個頭形，他們的額頭不只是靠在一起，其實是纏在一起。雖然兩人的容貌還是低調地僅顯示一半，但是從男人的眼睛和鬍鬚，女人的頭髮和唇形，還是可以辨認右邊是艾雪，左邊是他的妻子潔達 (Jetta)；他們在 1924 年結婚，潔達比艾雪略大半歲。

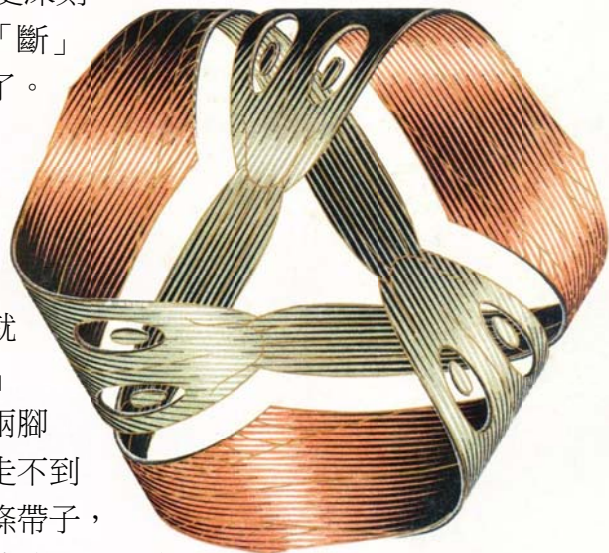
艾雪畫了一些懸浮的球體以增加空間感，但是有些球泡飄進了繃帶的內部，這就違背「隱形人」的邏輯了。

纏在《結合》上的帶子，顯然有正反兩面，正面浮顯容貌和髮鬚而背面是光滑的。所謂有「兩面」的意思之一是，想像一隻螞蟻在其中一面上爬行，如果牠無法「繞過」邊界，則它只能在這一面上爬行，無法涉足另一面。有一種著名的數學結構：空間中僅有一個面的莫比烏斯帶 (Möbius Strip)，一隻螞蟻可以不繞過邊界而爬遍整條帶子，這樣的帶子就只好說它僅有「一面」了。

我們可以用連環漫畫的方式觀賞艾雪的作品《莫比烏斯帶二》(Möbius Strip II; 1963)：艾雪用一隻螞蟻的九個動作，示範它可以（不越過邊界）爬遍那條帶子的每一處，所以它只有「一面」。



這回展出的《莫比烏斯帶一》(Möbius Strip I;1961) 呈現了更深刻的數學性質：若沿著莫比烏斯帶的中線將它剪開，並不會「斷」成兩條帶子；它還是連續的一條帶子，但是恢復為兩個面了。讓我們想像自己走在《莫比烏斯帶一》上，右腳踏在紅色部分，左腳踏在白色部分，從任一處開始向「前」走，將會右腳永遠踏在紅色上，左腳永遠踏在白色上，而走遍這條帶子的每一處。可見那紅白兩色的帶子，整體而言只有一面，也就是莫比烏斯帶。劃分紅白兩色的那一條縫，就好像沿著中線將它剪開似的。正因為在剛才想像的「踏察」過程中，左右兩腳踏著的顏色不曾交換，所以如果一開始兩腳都踏在紅色部分，則在不越過剪開縫隙的條件下，永遠也走不到白色部分。所以，剪開的莫比烏斯帶，還是連續不斷的一條帶子，但是可以分成紅、白兩面。艾雪用三隻抽象的魚，首尾相連地呈現了這條剪開的莫比烏斯帶。

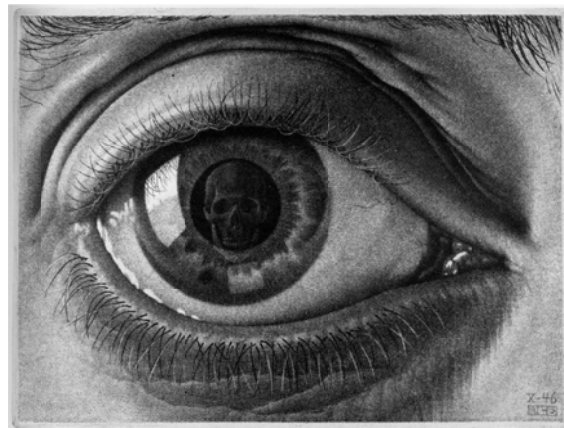


製作莫比烏斯帶的方法很簡單，拿一張長方形的紙，將它捲成一圈，先將其中一側翻轉一次（或任何奇數次）再與另一側黏起來，也就是使得一張紙（原本）的正面跟它的背面黏接在一起，就成了。艾雪的《莫比烏斯帶一》是翻轉一次的莫比烏斯帶，而《莫比烏斯帶一》翻轉了三次。至於為什麼「從中間剪開」不會斷掉而會多出一面呢？這個問題還是當作延伸的閱讀材料吧 [10]。

\* \* \*

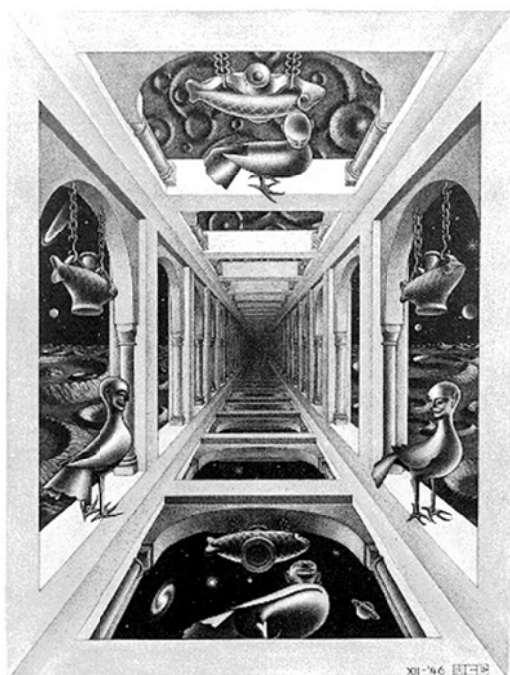
就版畫的「原版」形式而言，可以分成三類：凸版（陽刻或浮雕），凹版（陰刻或蝕雕），和平版。艾雪的大部分版畫屬於平版印刷的石版畫 (Lithography) [11]，而他的凹版畫都使用銅版 (Mezzotint) [12]。

銅版畫可以做得非常精細，但是艾雪承認它實在太費工，像他那樣「時間不夠用」的人，實在沒辦法做太多幅；因此，艾雪只有 7 幅銅版作品。讓我們欣賞他在《眼睛》(Eye; 1946)的睫

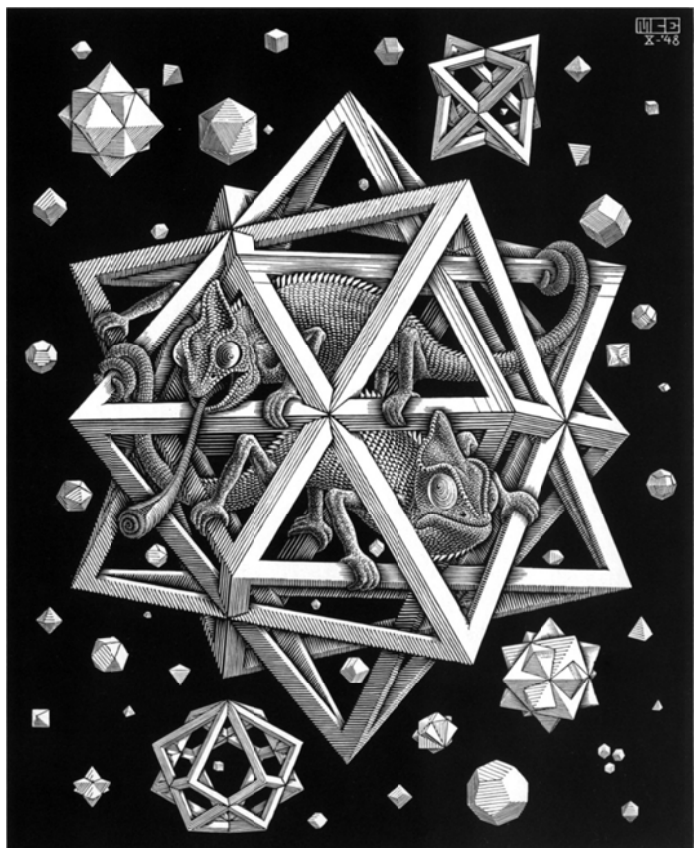


毛和瞳孔裡表現的高超技巧，然後跟著那一隻眼，觀賞他內心世界的《長廊》(Gallery;1946)。站在這座長廊的軸線上，我們同時朝左、朝右、朝上、朝下望向無窮。畫面中心的那個「消失點」，同時是這條無限長廊所在之奇異世界的天頂、地心、和地平線的前後兩個盡頭。

艾雪的凸版畫都是木刻版畫，它的製作原理比較容易了解，就像木頭印章一樣 [13]。但是木刻又細分成 Woodcut 和 Wood Engraving 兩種，前者使用木材的縱剖面（順著年輪），後者使用橫剖面（垂直於年輪）。前者稍簡單些，萬一刻壞了也比較容易補救；艾雪的大多數木刻版畫都是 Woodcut。對一名外行人來說，



比較容易而且通常有效的分辨方法是：當顏料佔了大部分面積，線條是由紙的原色形成的，就很可能是 Engraving。讓我們欣賞一幅 Engraving 的木刻版畫，《群星》(Stars;1948)。



漂浮於虛空中的「星體」，都是正多面體，或者兩個、三個融嵌的正多面體。畫面正中央是一具由三個正八面體圍成的籠子，裡面住著（或關著）兩尾變色龍。同樣的結構也出現在《瀑布》的塔頂，只是在那邊是實心的。這幅版畫應該是黑白的，若有顏色，是印製之後再由艾雪手繪上色的。

既然版畫的製作程序這麼麻煩，而且又有諸多表現上的限制，為什麼艾雪堅持製作版畫呢？何不直接畫在紙上就好了？他曾經解釋，第一，他醉心於這項工藝；明明知道製版程序限制了畫作，但是他喜歡「對付這些限制」的過程。第二，他著迷於複製；製版之後，可以精確地複製。他非常熱愛把畫「壓」出來的那種成就感；凡是有灰階或不同顏色的木刻版畫（手工上色的除外），每個顏色就要一個版，不但每一張版要毫釐不差，印製的時候也要精確對齊。例如《發展二》其實是用三塊版（每塊一種顏色），各旋轉四次（每次九十度），一共 12 次印製而成。當我面對一幅彩色版畫，想像著整個「施工」程序，止不住地崇拜有這

樣手藝的藝術家。當然，艾雪也知道必須節制複製的次數，否則保不住價格。

1965 年 3 月 5 日，艾雪在答謝荷蘭 Hilversum 市長致贈文化勳章的演講中，請市長不要以「藝術家」的榮銜稱呼他，那會令他相當難為情。他希望以「圖案藝術家」(Graphic Artist) 的身份獲此榮譽，這是他自從進入建築與設計專科學校拜師學藝以來，就一直認同的身份。但是他的作品顯然超越了一般工藝的水準，於是，在致辭的最後，六十七歲的艾雪說，他是具備「心與靈」的圖案藝術家。

\* \* \*

雖然艾雪謙辭「藝術家」的榮銜，我們還是這樣稱呼他吧。藝術家總是要創造「美」的作品，不一定要爭奇鬥豔，更未必要有數學結構。回到荷蘭的艾雪，也有些作品，沒有特殊的意義或目的，單純就是想要表達藝術家對於自然界簡單的美所感受的喜悅和尊敬。《水坑》(Puddle;1952, 三塊版套印的 woodcut 木版畫) 就是一幅典範。一個下午，藝術家到村裡沽酒。正好下了一場雷陣雨，就乾脆坐在酒肆裡喝一杯。雨停之後，提著酒壺搖搖晃晃地沿著泥濘小路回家。濕涼香甜的空氣鑽進鼻孔，針葉上新沾的水珠點滴滑落，一位鄉民迎面而來打了招呼，零星幾輛腳踏車碾著



軟泥擦身而過。艾雪看著地上的水潭、鞋印和胎痕，潭水把頭頂上的松針捕捉下來，還順手偷摘了剛昇起的滿月。多麼令人嚮往的生活中的一個尋常的午後。

## 延伸閱讀

1. 在這段從「*Fantastic World of Escher*」剪出來的訪談影片裡，潘洛斯展示「走不完的台階」和「不可能三角形」的實體模型，並具體談及他們父子與艾雪的互動關係  
[www.youtube.com/watch?v=2McEw24HOI4](http://www.youtube.com/watch?v=2McEw24HOI4)
2. 動畫作品 *Hallucci*，紐約視覺藝術學院 SVA 電腦藝術碩士班的學生作品，看來主要的作者皆為華裔。這明顯是老潘洛斯「走不完的台階」和艾雪版畫「上樓與下樓」的延伸  
[www.youtube.com/watch?v=CK6qa\\_\\_9Kw4](http://www.youtube.com/watch?v=CK6qa__9Kw4)
3. 蘇格蘭 St. Andrews 大學之數學家傳記網頁：Maurits Cornelius Escher  
[www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Escher.html](http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Escher.html)
4. 卓斯特特效的維基百科 [en.wikipedia.org/wiki/Droste\\_effect](http://en.wikipedia.org/wiki/Droste_effect)
5. 荷蘭萊登大學的艾雪和卓斯特特效網頁 [escherdroste.math.leidenuniv.nl](http://escherdroste.math.leidenuniv.nl)
6. S. Robinson, "*M.C. Escher: More mathematics than meets the eye*" *SIAM News* **35,8**(Oct 2002).
7. de Smit and Lenstra Jr., "*The Mathematical Structure of Escher's Print Gallery*" *AMS Notices* **50,4**(Apr 2003), pp.446—51.
8. 艾薛爾鑲嵌藝術 [www.math.ntnu.edu.tw/museum/popular-science/2013-09-30-05-53-19](http://www.math.ntnu.edu.tw/museum/popular-science/2013-09-30-05-53-19)
9. 藝數新視界 [blog.yam.com/ponpon2](http://blog.yam.com/ponpon2)
10. 單維彰〈沿中間剪開莫比烏斯帶〉[libai.math.ncu.edu.tw/~shann/Teach/liberal/kernel/Mobius.html](http://libai.math.ncu.edu.tw/~shann/Teach/liberal/kernel/Mobius.html)
11. 石版畫 (Lithography) 的製作程序 [www.youtube.com/watch?v=JHw5\\_1Hopsc](http://www.youtube.com/watch?v=JHw5_1Hopsc)
12. 銅版畫 (Mezzotint) 的製作程序 [www.youtube.com/watch?v=k8nP-wLE-IM](http://www.youtube.com/watch?v=k8nP-wLE-IM)
13. 木刻版畫 (Woodcut) 的製作程序 [www.youtube.com/watch?v=nnkvytINwmo](http://www.youtube.com/watch?v=nnkvytINwmo)

## 數學的真實—讀張光琪老師導覽文後記

讀張光琪老師的艾雪導覽，讓我收穫最多的應屬「正確」的藝術敘寫。我「發現」並開始喜歡艾雪的歷程，可能是一名藝術門外漢的典型歷程：在美國留學期間，走在大學校園裡，看見學生穿著印在 T 恤上的艾雪版畫（最常見的是「瀑布」和「畫手」）。其實，最初我也只是覺得那版畫很特別，並不知道它是著名的藝術品。後來在華盛頓特區的美術館商店裡看見畫冊，才知道那幾幅畫的作者「小有名氣」。

我是一個雙手非常笨拙的人，連硬筆字都寫得很糟；如果學校裡重視的課業是美術或勞作，那我就必定是人人搖頭的劣等生了。如此的成長過程，使我特別地疏遠藝術，與艾雪的「邂逅」也就僅此而已。（但我畢竟不是完全的頑固不靈，當時買了一副用艾雪的蜥蜴做成的拼圖。）直到美國「工業與應用數學」會訊報導了「版畫畫廊」被數學同業重製的故事，艾雪才再度進入了我的生活。後來，為了準備數學通識課程的教材而多閱讀了些關於艾雪的資料，但是對於藝術本身，特別是實際的製作方法，專業的分類與鑑賞敘寫，都維持著不得其門而入的狀態（這期間僅曾幸得板橋高中美術科林麗雲老師的指導）。因此，讀張光琪老師的導覽文，特別是導覽一個我已經做過預習功課而且累積了許多疑惑的主題，有著特別明顯的「豁然開朗」之感應。

欣賞並學習光琪老師的「藝術敘寫」之餘，我特別留意到的是一個經常在文章中出現的話題：真實性。確實，「錯覺」之所以會「錯」，都是因為人總是看到他想要看到的，相信他想要相信的（最近有一齣關於這個概念的精彩電影《瞞天大佈局》）；而我因為個人的專業，特別「錯覺」光琪老師經常討論心靈真實與物理真實的對立或鏡射或並立。

「心」和「物」兩種真實，被哲學家討論多年，也多少進入了中學生的課本，所以大家都熟悉。最近有人討論第三種真實，「數學」真實。數學的結構不是物質的，它的真實性與時間和空間無關；我們很容易理解「數學」真實不同於「物」的真實；最本地，我們無法用任何物質來定義「壹」，而且除了關於正整數的某些性質以外，數學的真實性在物質世界中根本是不存在的。再仔細想想，「數學」真實也不同於「心」的真實，數學就像宇宙洪荒一樣，並不是因為人的心靈而存在的；即使沒有任何心靈認識它，直角三角形的斜邊正方形面積還是等於另外兩邊正方形面積的和。

「心」、「物」和「數學」三種真實，互不相同亦不相容，但是以「潘洛斯三角形」那種意象彼此支持著。容我這麼說：艾雪那獨步於古今的藝術，之所以能夠直接撼動不曾受過專業訓練的赤子之心，同時廣獲心理、物理、哲學、數學專業的喝采，是因為他以優雅幽默而且精確的方式，將「數學」悄悄地融嵌在大家熟悉的「心」「物」二元概念之間，讓人感受到這三種真實的並立與分立。

謹此回報光琪老師的導覽文帶給我的成長，也祝福讀者們享受艾雪的心靈版畫。