

國立中央大學

數學系  
碩士論文

學測成績分群結果與  
微積分學習表現之間  
的關係

研究生：梁仁馨

指導教授：單維彰 博士

中華民國九十八年六月



# 國立中央大學圖書館 碩博士論文電子檔授權書

(98 年 4 月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文電子檔(不包含紙本、詳備註 1 說明)，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

同意 (立即開放)

同意 (一年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_

同意 (二年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_

同意 (三年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_

不同意，原因是：\_\_\_\_\_

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、微縮、光碟及其它各種方法將上列論文收錄、重製、公開陳列、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用，並得將數位化之上列論文與論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名：\_\_\_\_\_ 梁仁馨 \_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 962201023 \_\_\_\_\_

論文名稱：\_\_\_\_\_ 學測成績分群結果與微積分學習表現之間的關係 \_\_\_\_\_

指導教授姓名：\_\_\_\_\_ 單維彰 博士 \_\_\_\_\_

系所：\_\_\_\_\_ 數學研究 \_\_\_\_\_ 所 博士班 碩士班

日期：民國\_\_\_\_\_ 98 \_\_\_\_\_ 年\_\_\_\_\_ 6 \_\_\_\_\_ 月\_\_\_\_\_ 12 \_\_\_\_\_ 日

備註：

1. 本授權書之授權範圍僅限電子檔，紙本論文部分依著作權法第 15 條第 3 款之規定，採推定原則即預設同意圖書館得公開上架閱覽，如您有申請專利或投稿等考量，不同意紙本上架陳列，須另行加填聲明書，詳細說明與紙本聲明書請至 <http://thesis.lib.ncu.edu.tw/> 下載。
2. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
3. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
4. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

# 論文摘要

本研究的研究對象為國立中央大學 96 學年度入學的大一新生，樣本資料包含：入學前的學科能力測驗成績、入學後的微積分聯合教學成績與大一英文分班資料。研究使用的軟體主要為 Matlab 及 Microsoft Excel，利用其中的 *k*-means 分群法，以及統計上的相關係數、*t* 檢定與回歸等方法分析資料。

研究者嘗試將訊號分析 (signal analysis) 與機器學習 (machine learning) 領域中，經常使用的 *k*-means 分群法以及做分布圖觀察的方法，運用在教育資料上，討論其效益。以上述之樣本資料為例，經分群與作圖後，可支持研究者探討「入學前的學科能力測驗成績」與「入學後的微積分學習表現」之間的關係。

研究的結果有二。第一，在技術上，*k*-means 分群法在教育意義上有實用價值，可幫助研究者從眾多資料中觀察現象。第二，在教育上，學科能力測驗成績變異數較大的分群與英文級分偏低的分群，在大一微積分的學習表現上是較危險的，值得我們特別關注。

## 關鍵字

微積分、學科能力測驗、*k*-means 分群法

# Abstract

The subjects of study are the freshmen of the National Central University in 2007. The samples of study include the scores of the Scholastic Aptitude Test (SAT) by the College Entrance Examination Center, the achievements of the United Classes of Calculus (UCC), and the classes of the Freshman English Course. The main software of study is Matlab and Microsoft Excel. The data is analyzed by the methods of *k*-means and coefficients of correlation, t-test and regression in statistics.

The researcher tries to use the *k*-means and the graph of distribution, which are commonly used in the signal analysis and the machine learning, in education and discusses the benefit of the result. After classifying and graphing, the correlation between “the scores of SAT” and “the achievements of UCC” is discussed.

There are two conclusions in this research. Technologically, the *k*-means is useful in education and helpful for researchers to observe the data. Educationally, the groups of higher variance or lower English score in SAT have a higher risk of failure in UCC. We should pay more attention to these groups of students.

## Keywords

Calculus, Scholastic Aptitude Test, *k*-Means

# 致謝辭

對我而言，有機會再次進到校園中學習是非常可貴的。畢竟一旦開始出社會工作，身上的責任就不只是唸書了。也因此，我特別感謝家人的支持，能夠讓我安心的回到學校來讀書，算是圓了小小的夢。

中央的這兩年，遇到許多善良的好人。指導教授—單維彰老師，印象中總是很忙，卻又不急不徐的完成所有的事—包括最愛的爬山；給予的指導也不限於研究上而已，費心的帶我參加一些教師研習活動，增加未來發展的競爭力。親愛的小學姐們，雖然叫學姐卻比我年輕多了；還好有妳們，我才能在修課與寫論文時更平順些。最可愛的夥伴，雖然我們的研究方向只有短暫的交會，妳給我的鼓勵卻從未間斷，陪我度過學習間遇到的所有挫折，是個讓人溫暖到心底的女孩。最後，感謝各位同學，讓這段學習之路留下許多珍貴的回憶。

論文能夠順利完成，除了感謝各位之外，也必須感謝學校行政以及語言中心的協助與配合。兩年的成長，除了專業的知識外，更懂得如何學習以及學習的方法。學習越多，雖然讓人感覺自己更加渺小，心靈卻反而富足。或許這是我當學生的最後一站，卻不會是學習的終點。

# 目錄

論文摘要 .....	I
<b>Abstract</b> .....	II
致謝辭.....	III
目錄.....	IV
圖目錄.....	VII
表目錄.....	VIII
<b>第一章 緒論</b> .....	1
1.1 研究源起與動機 .....	1
1.2 研究目的與待答問題 .....	3
1.3 名詞解釋 .....	4
1.4 研究範圍與限制 .....	6
<b>第二章 文獻探討</b> .....	7
2.1 學科能力測驗相關資料 .....	7
2.1.1 學科能力測驗概述 .....	7
2.1.2 96 學年度學測統計資料 .....	9
2.1.3 大學甄選入學實施成果 .....	14
2.2 學測成績與大學學業表現相關文獻 .....	19
<b>第三章 研究設計與方法</b> .....	23
3.1 研究流程 .....	23
3.2 研究對象與工具 .....	24

3.3	實施步驟 .....	26
3.3.1	前置實驗 .....	26
3.3.2	研究主題 .....	29
3.3.3	延伸研究 .....	31
<b>第四章</b>	<b>研究結果與討論 .....</b>	<b>33</b>
4.1	前置實驗結果 .....	33
4.1.1	利用 <i>k</i> -means 分群後表現出的性質.....	33
4.1.2	<i>k</i> -Means 分群結果與微積分的關係 .....	38
4.1.3	以學測成績變異數做分群與微積分的關係 .....	39
4.2	研究主題結果 .....	41
4.2.1	利用 <i>k</i> -means 分群後表現出的性質.....	41
4.2.2	<i>k</i> -Means 分群結果與微積分的關係 .....	44
4.2.3	以學測成績變異數做分群與微積分的關係 .....	45
4.2.4	<i>k</i> -Means 分群性質與學測成績變異數的關係 .....	46
4.2.5	入學管道的討論 .....	48
4.3	延伸研究結果 .....	53
4.3.1	英文與微積分的關係 .....	53
4.3.2	訪談離群樣本對象 .....	56
<b>第五章</b>	<b>結論與建議.....</b>	<b>58</b>
5.1	結論 .....	58
5.2	建議與發展 .....	61
	<b>參考書目 .....</b>	<b>64</b>
	<b>附錄一.....</b>	<b>66</b>
1.1	<i>k</i> -Means 演算法.....	66

1.2 在 Matlab 中的操作方法.....	67
附錄二.....	69
附錄三.....	71
附錄四.....	72



# 圖目錄

圖 3-1 研究流程圖 .....	23
圖 3-2 前置樣本分布圖 .....	28
圖 4-1 甄選入學與分發入學的微積分成績 .....	49
圖 4-2 高級班與初級班六次會考差距之回歸直線圖 .....	55

# 表目錄

表 2-1 學科能力測驗各考科的測驗範圍 .....	8
表 2-2 九十六學年度學科能力測驗各科成績標準一覽表 .....	9
表 2-3 九十六學年度學科能力測驗原始分數與級分對照表 .....	10
表 2-4 學測成績篩選與採計 .....	12
表 3-1 學測成績變異數分群標準 .....	30
表 4-1 前置樣本分三群 .....	34
表 4-2 前置樣本分四群 .....	36
表 4-3 前置樣本分三群的微積分不及格率 .....	38
表 4-4 前置樣本分四群的微積分不及格率 .....	39
表 4-5 前置樣本依變異數分群的微積分不及格率 .....	40
表 4-6 研究樣本分三群 .....	41
表 4-7 研究樣本分四群 .....	42
表 4-8 研究樣本從三群到四群的變化 .....	43
表 4-9 研究樣本分三群的微積分不及格率 .....	44
表 4-10 研究樣本分四群的微積分不及格率 .....	44
表 4-11 研究樣本依變異數分群的微積分不及格率 .....	45
表 4-12 研究樣本學測成績變異數與各科的相關係數 .....	46
表 4-13 學測英文與學測變異數的關係（一） .....	47
表 4-14 學測英文與學測變異數的關係（二） .....	47
表 4-15 甄選入學與分發入學的學測成績 .....	48
表 4-16 三群中甄選與分發入學的微積分不及格率 .....	50
表 4-17 四群中甄選與分發入學的微積分不及格率 .....	50
表 4-18 甄選入學學測成績變異數分群標準 .....	50

表 4-19 分發入學學測成績變異數分群標準 .....	51
表 4-20 不同入學管道依變異數分群的微積分不及格率 .....	51
表 4-21 學測英文與六次會考相關係數 .....	53
表 4-22 英文分班後各班微積分標準分數的比較 .....	54

# 第一章 緒論

本章分成「研究源起與動機」、「研究目的與待答問題」、「名詞解釋」及「研究範圍與限制」四節敘述。

## 1.1 研究源起與動機

大考中心網站提到：學科能力測驗（簡稱「學測」）旨在評量考生是否具有接受大學教育的基本學科能力。因此我們考慮將學測成績視為學生入學前的能力指標，藉由觀察學測成績去了解學生具備的特質，並經由關心「入學前的學測成績」與「入學後的學習表現」之間的關係來檢視學生的學習狀況與需要。倘若我們能從學測成績中看出學生具有的特質，並了解此特質與學習表現的關係，那麼在面對「如何訂定一個學測成績的標準做為甄選入學制的依據」這樣的問題，或許能找到更適合的方向。

另一採用學測成績的理由，是全體入學生皆有學測成績，但只有一部分的學生參加了指定考試科目。

大學教育的課程安排上，微積分是理、工、商學院的必修科目，也是學生踏入大學生活後的第一個重要的學習科目。了解學生學習微積分的狀況，一直是我們有興趣的課題。在國立中央大學「微積分聯合教學」的課程設計裡，統一了授課進度、考試範圍與作業內容，並採取聯合命題和聯合閱卷方式，成績的計算具有公平一致的性質。此性質促使我們考量以聯合教學的微積分成績作為學生學習表現的依據。

學生在進入大學後，需要面對的英文書漸漸地增加，英文儼然成為學生學習的必備工具。在潘尚怡 (2008) 的研究中已經觀察到：英文作業對「微積分會考」是有影響的。我們因此有這樣的猜想：英文程度與學生學習的成效是有關係的。因此在本研究的實驗過程中，也會特別關心英文能力對學習成效的影響。

在訊號分析 (signal analysis) 與機器學習 (machine learning) 領域，*k*-means 分群法是經常被拿來使用的工具。由於在本研究決定進行之前，研究者幸運地有機會學習到這方面相關的知識，因此在面對教育研究的問題時，「將其它領域常用的工具運用在教育領域中，並從中發現值得觀察的現象與實用的價值」成為本研究重要的目的。首先嘗試的是將 *k*-means 分群法利用在教育領域上，展開了第一個試探性的實驗。

## 1.2 研究目的與待答問題

本研究有以下幾個主要的研究目的：

- 1 利用訊號分析與機器學習領域中常用的 *k-means* 方法將學測成績分群。其目的是協助教育研究者，經由分群結果發現值得觀察的現象。
- 2 了解國立中央大學接受微積分聯合教學的學生，其「入學前的學測成績」與「入學後的微積分學習表現」之間的關係。
- 3 探討學生「英文程度」與「學習表現」之間的關係。

依據研究目的，我們提出以下 5 個待答問題：

根據研究目的 1 提出以下具體的待答問題

- 1 利用 *k-means* 分群法將學測成績分群後的結果，有哪些值得觀察的現象？

根據研究目的 2 提出以下具體的待答問題

- 2 入學前的學測成績與入學後的微積分成績關係為何？

回答了上述問題後，我們延伸了以下待答問題

- 3 學測英文成績與學測成績變異數有何關係？
- 4 入學管道是否影響實驗結果？

根據研究目的 3 提出以下具體的待答問題

- 5 英文程度與微積分學習表現之間的關係為何？

### 1.3 名詞解釋

- 1 微積分聯合教學：國立中央大學的微積分聯合教學在 95 年開始實施。課程設計上，統一課程的授課進度、考試範圍與作業內容，並採取聯合命題、聯合閱卷的評分方式。
- 2 會考：會考是微積分聯合教學課程重要的活動，參與的學生被安排在同一時間採同一試卷進行測驗。一學期舉行三次會考，整學年共六次，本研究以會考一、會考二…會考六表示，每一次會考的滿分為 120 分。
- 3 微積分學習表現：本研究以國立中央大學 96 學年度微積分聯合教學「應屆學生」的微積分六次會考成績作為樣本資料，並以微積分六次會考成績的平均做為微積分學習表現的依據。
- 4 不及格率：指的是同群中不及格樣本數占總樣本數的百分比。有界定離群樣本時則為扣除離群樣本數後，同群中不及格樣本數占總樣本數的百分比。注意，此處的「不及格」指的是微積分會考成績並非指學期成績。
- 5 相關係數：本研究設定顯著水準為 .05。文中所有相關係數  $r$  值，皆在 Matlab 中以指令 `corrcoef` 求得，並以同時求得的  $p$  值界定是否達顯著。指令 `corrcoef` 中所使用的相關為 Pearson 相關。
- 6 大一英文：國立中央大學明文規定，大一新生（除英文系學生及語言中心核可免試者外）均須參加大一英文能力分級測驗。語言中心依學生分級測驗的成績，配合開設「高級」、「中級」及「初級」的大一英文課程。分班的成績

標準，由語言中心開會決定。課程內容分為「閱讀／寫作」及「口語／聽力」兩課群，學生在上、下學期須修習不同課群的課程。所有等級中每一課群的課程，期中考部分全由任課老師自行命題，期末考部分則有 50% 的統一命題。

- 7 英文程度：本研究中指的英文程度是指學生在大一英文課程上學期選修的英文班級，分成「高級」、「中級」與「初級」三種程度。



## 1.4 研究範圍與限制

- 1 本研究之對象，僅限於國立中央大學 96 學年度，配合微積分聯合教學之理、工及資電等學院的應屆學生，包含：土木、大氣、化材、化學、生科、光電、物理、資工、數學及機械等科系。研究樣本數為 600，約佔以上所述學院應屆學生之 7 成。
- 2 本研究之數據資料皆來自於「96 學年度應屆學生入學前的學測成績」、「96 學年度應屆學生的微積分聯合教學成績」以及「96 學年度應屆學生的大一英文分班資料」。
- 3 本研究所有資料的分析與統計，皆在 Matlab 及 Microsoft Excel 中進行。

## 第二章 文獻探討

此章針對研究需要，進行資料背景的調查與討論，並蒐集與研究相關的文獻，做分析與比較。以下分成「學科能力測驗相關資料」及「學測成績與大學學業表現相關文獻」兩節做論述。

### 2.1 學科能力測驗相關資料

此節先簡單的描述學科能力測驗，接著依據本研究的相關內容，整理 96 學年度學測相關的統計資料。然後整理大學甄選入學實施成果之文獻。

#### 2.1.1 學科能力測驗概述

學科能力測驗（文中簡稱「學測」）目的在評量考生是否具有接受大學教育的基本學科能力，是各大學校系初步篩選學生的門檻。學測的測驗目標可分為以下四方面（大考中心，2009）：

- 1 評量考生是否具備高中生應有的基本學科知能
- 2 評量考生是否具備接受大學教育應有的基本知能
- 3 通識導向：結合生活或整合不同領域
- 4 重視理解與應用的能力

學測對於現行的大學多元入學方案而言，主要是作為大學「甄選入學制」的依據。即各大學校系可以依本身的性質與需求，訂定一個學測成績的標準作為門

檻，達到訂定的標準並且在一定人數倍率之內的考生，才有機會參加該校系辦理的指定項目甄試，該校系再擇優錄取。

現行的學測考試科目包括國文、英文、數學、社會與自然五個考科，各考科的測驗範圍包括高一、高二的必修課程。自民國 98 年起，學測各考科的測驗範圍如表 2-1 所示。各考科的試題題型以電腦可讀為主，試題答錯均不倒扣。國文與英文兩考科，有需要人工閱卷的非選擇題。社會考科（歷史、地理、公民與社會）中三科的試題所佔比例相當。自然考科的試題則分成兩部分：第一部分主要範圍是高一的必修課程，考生必須全部作答；第二部分則以高二的課程為原則，考生只要答對其中一定的題數，此部分即為滿分（大考中心，2009）。

**表 2-1 學科能力測驗各考科的測驗範圍**

考科	測驗範圍
國文	高一 國文、高二 國文
英文	高一 英文、高二 英文
數學	高一 數學、高二 數學
社會	高一 歷史、地理、公民與社會 高二 歷史、地理、公民與社會
自然	高一 基礎物理、基礎化學、基礎生物、基礎地球科學 高二 物理、化學、生物、地球與環境

資料來源：大考中心 (2009)

學測在各考科的成績計算是採取級分制，滿分為 15 級分。國文與英文考科除了整體的成績之外，非選擇題的分數也會單獨呈現。級分的換算是以該科原始得分前百分之一考生的平均除以 15（取至小數第二位，第三位四捨五入）當做該科的級距；原始得分 0 分或缺考者為 0 級分，往上每增加一級距依序為 1、2、3、…最高為 15 級分。

### 2.1.2 96 學年度學測統計資料

下面就本研究討論範圍，列出 96 學年度學測成績的各項統計資料：各科成績標準如表 2-2，原始分數與級分對照如表 2-3。

表 2-2 九十六學年度學科能力測驗各科成績標準一覽表

科目	國文		英文		數學		社會		自然		總級分	
	級分	百分比	級分	百分比	級分	百分比	級分	百分比	級分	百分比	級分	百分比
頂標	13	26.84	13	16.03	10	18.39	13	18.85	13	12.57	59	13.65
前標	13	26.84	11	31.20	8	34.68	12	30.29	11	29.77	53	27.65
均標	11	63.00	8	55.84	6	57.70	10	64.83	9	53.33	45	52.25
後標	10	75.78	5	82.05	4	81.33	9	75.48	7	77.22	36	76.60
底標	8	89.08	4	91.74	3	88.98	7	94.00	5	94.65	29	88.09

資料來源：大考中心 (2009)

註：依據違規處理前資料統計

百分比 = 大於或等於該標級分人數 / 該科到考人數

頂標：成績位於第 88 百分位數之考生級分

前標：成績位於第 75 百分位數之考生級分

均標：成績位於第 50 百分位數之考生級分

後標：成績位於第 25 百分位數之考生級分

底標：成績位於第 12 百分位數之考生級分

表 2-3九十六學年度學科能力測驗原始分數與級分對照表

科目	國文	英文	數學	社會	自然
級距	5.86	6.25	6.27	7.31	7.97
級分	分數區間				
15	82.05 - 108.00	87.51 - 100.00	87.79 - 100.00	102.35 - 132.00	111.59 - 128.00
14	76.19 - 82.04	81.26 - 87.50	81.52 - 87.78	95.04 - 102.34	103.62 - 111.58
13	70.33 - 76.18	75.01 - 81.25	75.25 - 81.51	87.73 - 95.03	95.65 - 103.61
12	64.47 - 70.32	68.76 - 75.00	68.98 - 75.24	80.42 - 87.72	87.68 - 95.64
11	58.61 - 64.46	62.51 - 68.75	62.71 - 68.97	73.11 - 80.41	79.71 - 87.67
10	52.75 - 58.60	56.26 - 62.50	56.44 - 62.70	65.80 - 73.10	71.74 - 79.70
9	46.89 - 52.74	50.01 - 56.25	50.17 - 56.43	58.49 - 65.79	63.77 - 71.73
8	41.03 - 46.88	43.76 - 50.00	43.90 - 50.16	51.18 - 58.48	55.80 - 63.76
7	35.17 - 41.02	37.51 - 43.75	37.63 - 43.89	43.87 - 51.17	47.83 - 55.79
6	29.31 - 35.16	31.26 - 37.50	31.36 - 37.62	36.56 - 43.86	39.86 - 47.82
5	23.45 - 29.30	25.01 - 31.25	25.09 - 31.35	29.25 - 36.55	31.89 - 39.85
4	17.59 - 23.44	18.76 - 25.00	18.82 - 25.08	21.94 - 29.24	23.92 - 31.88
3	11.73 - 17.58	12.51 - 18.75	12.55 - 18.81	14.63 - 21.93	15.95 - 23.91
2	5.87 - 11.72	6.26 - 12.50	6.28 - 12.54	7.32 - 14.62	7.98 - 15.94
1	0.01 - 5.86	0.01 - 6.25	0.01 - 6.27	0.01 - 7.31	0.01 - 7.97
0	0.00 - 0.00	0.00 - 0.00	0.00 - 0.00	0.00 - 0.00	0.00 - 0.00

資料來源：大考中心 (2009)

- 註：1 級距：以各科到考考生，計算其原始得分前百分之一考生（取整數，小數無條件進位）的平均原始得分，再除以 15，並取至小數第二位，第三位四捨五入。
- 2 本測驗之成績採級分制，原始得分 0 分為 0 級分，最高為 15 級分，缺考以 0 級分計。

此後，我們都以學測的級分作為討論對象，至於該級分在當屆考生中的相對成就，請對照表 2-2 及表 2-3。

取得 96 學年度學測成績的相關統計資料後，接著將本研究的對象分類成十個科系。我們從大學甄選入學委員會網站上，取得國立中央大學 96 學年度此十個科系在甄選入學時，針對「學測成績」訂定的篩選與採計標準，整理如表 2-4。表中的「倍率」解釋如下。

甄選入學分為兩階段，第一階段須先符合檢定標準才能參加倍率篩選。倍率篩選由倍率高者篩選至倍率低者，倍率相同的學科以其級分之和進行篩選，以篩選出某倍於預定招生名額之學生人數（即招生名額 $\times$ 最低倍率）參加第二階段指定項目甄試。第二階段可分成學科能力測驗成績、術科測驗成績及大學指定項目成績三部分，依各校系規定佔總成績之比例計算後之和為甄選總成績。

例如，96 學年度中央大學土木系在學校推薦的招生名額為 10 名。參閱表 2-4，從通過階段一檢定標準之學生中，先依倍率為 5 的數學，選取數學級分前 50 名的學生。再從 50 名學生中，依倍率為 3 的自然，選取自然級分前 30 名的學生。此 30 名學生方能參與第二階段的甄試。

表 2-4 學測成績篩選與採計

學測成績篩選與採計			國文	英文	數學	社會	自然	總分
土木	階段一	檢定	-	均標	均標	-	均標	-
		倍率	-	-	5	-	3	-
	階段二	採計	*1.00	*1.00	*1.25	*1.00	*1.25	*1.00
		比例	50%					
大氣	階段一	檢定	均標	均標	前標	-	前標	-
		倍率	-	-	6	-	6	3
	階段二	採計	*1.00	*1.00	*1.50	-	*1.50	-
		比例	40%					
化材	階段一	檢定	均標	前標	頂標	-	頂標	-
		倍率	10	-	-	-	3	-
	階段二	採計	*1.00	*2.00	*2.00	*1.00	*2.00	-
		比例	50%					
化學	階段一	檢定	-	均標	均標	-	均標	-
		倍率	-	3	5	-	4	-
	階段二	採計	-	*1.00	*1.25	-	*1.25	-
		比例	50%					
生科	階段一	檢定	均標	前標	前標	-	前標	-
		倍率	-	-	5	-	3	-
	階段二	採計	-	*1.00	*1.00	-	*1.00	-
		比例	50%					
光電	階段一	檢定	均標	均標	均標	-	均標	-
		倍率	-	-	3	-	3	-
	階段二	採計	*1.00	*1.25	*1.50	-	*1.5	-
		比例	30%					

物理	階段一	檢定	-	-	-	-	-	-
		倍率	-	-	6	-	3	-
	階段二	採計	*1.00	*1.00	*1.50	-	*1.50	-
		比例	30%					
資工	階段一	檢定	均標	前標	前標	-	前標	-
		倍率	-	4	5	-	3	-
	階段二	採計	*1.00	*1.50	*2.00	-	*1.50	-
		比例	60%					
數學	階段一	檢定	-	-	-	-	-	-
		倍率	-	-	3	-	-	-
	階段二	採計	-	*1.00	*2.00	-	*1.00	-
		比例	20%					
機械	階段一	檢定	均標	均標	均標	均標	均標	-
		倍率(推)	-	4	4	-	4	-
		倍率(申)	-	3	3	-	3	-
	階段二	採計	*1.00	*1.00	*1.50	-	*1.50	-
		比例	50%					

註：符號“-”表示不採計。

「比例」是指學測成績佔第二階段總成績的百分比。



### 2.1.3 大學甄選入學實施成果

蘇玉龍、葉連祺、吳京玲和陳恭 (2006) 採用調查法與訪談法，比較 93 和 94 學年度甄選入學學生的學科能力測驗分數，有了以下結論：

#### 1 大學甄選入學方案已發揮若干拔擢專才與適性就學的功能

研究認為，如果甄選制度是選到專才，則假設入學者的學測成績應該低於考試分發入學者。經由比較學生的平均總級分百分位資料顯示，學校推薦入學生學科能力低於考試分發者，申請入學生學科能力則較高於考試分發者。

#### 2 大學甄選入學方案已發揮若干平衡城鄉差距的功能

位於底段與後段的大學，使得有些在學測成績表現較差的學生得以就讀大學，這些學生有些正好來自於發展不利地區。有些受訪者也談到在中後段的部分大學，已經有社區化的趨勢。

#### 3 加強大學和高中對參加甄選管道學生的合作協助已漸成共識

訪談資料中有不少高中和大學人員談到合作協助的建議，例如：高中和大學形成策略聯盟、多對話等。但仍有一些問題需要解決，例如學生成績表現可能不如其他管道入學者、甄選品質仍待健全等。

#### 4 大學甄選入學方案已見成效但仍待改善之處

甄選方法、報名實施流程和限制措施等，都觸及選才公平性、選才品質等問題。另外，也需要從國際發展潮流、目前實施現況、相關利害關係人意見和感受等多角度去思考與改善。

蘇玉龍、林志忠、陳恭 (2007) 延續「大學甄選入學實施成果之研究 ( I )」的結論，採文獻分析與調查法，比較 94 和 95 年度甄選入學學生的學科能力測驗分數之表現，另外也進行不同身分入學學生在學業成績表現的分析。除了同樣

認為大學甄選入學方案已發揮若干拔擢專才與適性就學的功能外，另外還有以下幾個重要現象：

1 前段的學校在拔擢專才和適性就學之效果最明顯

經由比較各段學校甄選入學者的學測成績平均總級分及其百分位資料，顯示前段學校不論是學校推薦或個人申請，其與考試分發之排名百分位之差呈現最大正值，表示學生藉由甄選入學制可高攀至相對前段學校就讀。至於底段和後段大學，反而常見高分低就的現象。

2 相對後段的學生可高攀到相對前段學校就讀的現象趨緩

比較 93、94 和 95 學年度學生的平均總級分百分位資料發現，學校推薦與考試分發之排名百分位之差出現下降趨勢；而個人申請與考試分發之排名百分位之差，則呈現更小正值或更大負值。意即，能高攀到相對前段學校就讀的機會越來越小。

3 入學前學科能力表現和入學後學業表現呈現分歧的現象

部分科系以個人申請的學生原優於考試分發或推薦學生，之後的學業表現卻可能不如預期；而低於考試分發入學的學校推薦學生，也未必在之後的學業表現有需要關注的表現。

4 從學業成績的變異量數上來看，透過個人申請入學的學生明顯高於其它管道入學的學生，值得特別注意。

蘇玉龍、陳恭、林志忠 (2007) 經由對文獻與文件的分析並且訪談系所主管及資深教授的研究報告中，有以下結論：

1 大學甄選入學的參與者越來越多，其中個人申請制較受學校科系青睞與支持，參與系組數的百分比從 2005 學年度的 71%、2006 學年度的 75% 到 2007 學年度的 78% 持續成長。

- 2 觀察 2006、2007 兩學年度，在甄選入學第一階段學測成績的檢定標準與倍率標準，各校均以無設標準的比例最高。在設標準之下則以英文最受到重視，最常作為決定性的科目。在第二階段學測成績的採計各校系以採計五科之分數為最多；學測成績加權後各系組選擇以佔甄選成績 50% 為最多。在第二階段的指定項目中，以面試或口試所佔比例最高，次者為審查，再者為筆試或測驗。
- 3 整體而言，繁星計畫檢定的標準較大學甄選來的高，以前標所占百分比最多；檢定的科目以英文和數學的比例最高。
- 4 各系組主要是以系務會議決定錄取的標準，大多數肯定二階段甄選入學，特別是二階段中的面談或測驗，認為較不會錯失良材。部分認為學校推薦較易失真，繁星計畫則為配合政策沒有過多降低檢定標準的考量。

蘇玉龍、陳恭、林志忠 (2008) 藉由歷史研究法、文件分析法以及問卷調查法，以高中二年級學生為研究對象，理解當前大學多元入學各途徑的「利基」。利基原指物種在生物群落中的地位和作用，而後為組織理論所使用，定義為提供族群生存和再生產之所有資源層次結合的空間。依入學的理念目標、實施方式、影響層面與相關作為等四個面向探討，分析結果如下：

- 1 對於多元入學管道中理念目標（包含：政策方向正確、實踐社會公平正義、增加多元選才、學校適性招生、...）的意見，整體而言以繁星計畫的評價最低，往上為考試分發，最高是學校推薦和個人申請。整體樣本也顯示對繁星計畫各項問題的看法有較多的歧異。
- 2 對於多元入學管道中實施方式（包含：方案宣導確實、方案相關資訊豐富、方案收費合理、方案成績公平合理、...）的意見，整體而言繁星計畫的評價還是最低，往上為學校推薦，再往上是個人申請，考試分發則獲得多數的認同。

- 3 對於多元入學管道中影響層面（包含：減輕課業壓力、減輕升學競爭、減輕家庭經濟負擔、促進高中生對大學校系認識、...）的意見，整體而言以考試分發不符合的情形最高，其次為繁星計畫，再其次是學校推薦，最後是個人申請。另外，在四項途徑對學校教育影響的問題中，多數認為是不符合。
- 4 對於多元入學管道中相關作為（包含：方案學校向學生積極宣導、學校充分收集資訊、學校進行模擬演練、家長鼓勵學生參加、...）的意見，整體而言個人申請在各項問題中有較多認為符合的表現，其次為學校推薦，再其次是考試分發，繁星計畫則多達不符合的程度。
- 5 多元入學各入學途徑利基寬度的分析中顯示，從整體樣本來看，以個人申請最具發展利基，其次為考試分發，再其次是學校推薦，繁星計畫評價最低。擁有較大的利基寬度，意味該組織賴以維生的資源較多樣化，對於環境的變化也有較大的容忍力。
- 6 單一族群所處的利基，出現不同族群而產生利基交錯現象，稱為利基重疊。多元入學各入學途徑利基重疊的分析中顯示，整體而言，均以繁星計畫與考試分發利基重疊數最大，表示兩者競爭最少且最不易產生替代作用。而在除了相關作為的部份之外，利基重疊數字較小的分別是學校推薦與考試分發以及學校推薦與繁星計畫，也就是說學校推薦與考試分發、繁星計畫之間最容易產生競爭現象。而在相關作為的部份，利基重疊數字較小的則分別是學校推薦與考試分發以及個人申請與考試分發。也就是說，考試分發與學校推薦、個人申請之間最容易產生替代作用。
- 7 利基支持組織生存的能力是固定的，利基重疊時，形成競爭排除原則，從中顯示出族群間的利基優勢。多元入學各入學途徑利基優勢的分析中顯示，整體而言最具利基優勢的為個人申請，其次是學校推薦，再其次是考試分發，繁星計畫普遍被認為較不具優勢。

經由以上針對甄選入學研究的報告中，可以看到甄選入學制已發揮其成效，是大學入學重要的管道，且參與的比例持續成長，唯對於繁星計畫的看法目前較為歧異。而學科能力測驗的成績為甄選入學制重要的依據，在報告中也利用學測成績進行了相關的分析與研究。其中我們特別注意到，英文級分是常常被用來作為檢定或最後考量的因素。

## 2.2 學測成績與大學學業表現相關文獻

宗亮東、程法泌 (1979) 以十四所大學院校在 64 學年度入學的大一新生做為研究對象，研究結果顯示大學入學考試成績對於高中學業成就的評鑑效果較優，對於大學學業成就的預測效果為其次。

許佩玲、林邦傑 (1982) 以師大與政大的 1046 名學生作為研究對象，觀察大學入學考試成績與大學八個學期的各學期平均成績，研究發現大學入學考試成績對各學期平均成績預測功能低落，且大學各學期學業成就的穩定性低。

張秀英 (2003) 的研究中也有這樣的結論：入學聯考成績高的學生，其微積分在學成績不一定就相對高，入學聯考成績低的學生其在校微積分表現也不一定不好。

Huang, Yen, Yang, Lee, and Chang (2009) 發表文章中的第二節提到，分別觀察 94、95、96 學年度學生的入學指考成績（國文、英文、數學、物理、化學）分別與大學的微積分成績做線性回歸，發現都有很大的標準偏差。

本研究初期，研究者在觀察了前置樣本各變項間的相關係數後，發現皆未達 .05 顯著水準，但由於當時樣本過小，因此在後來的實驗中再次觀察了研究樣本的相關係數。而在研究樣本中，顯示某些變項間的相關達 .05 顯著水準，研究者也因此試圖利用學生入學前學測成績與入學後微積分成績作回歸分析。然而，如上述文獻所提到的，研究結果始終無法達到良好的預測功能。另外，研究者認為人是會改變與成長的，未來的表現不該是憑著幾個既定的成績表象就可預測出來的，因此決定不將回歸分析的部分作為本文研究的內容。

Huang, Yen, Yang, Lee, and Chang (2009) 的研究內容主要是在討論一個「利用分布的共同區域作因素分析」的新方法。此方法的靈感是鑒於多維的資料在傳統的迴歸上常常有標準偏差過大的問題，而 PCA 雖然能幫我們降低維度卻有原始資料轉換後如何解釋的問題。研究結果發現在入學指考成績（國文、英文、數學、物理、化學）中，對微積分成績前三個最具影響力的因素為國文、英文、化學，而此結果與 PCA 的結果一致。

在上述研究中我們看到與本研究共通的精神，都企圖將非傳統上教育領域的研究工具運用在教育研究當中。我們為教育研究者展示應用的成果，期盼對教育研究者未來的研究有所幫助。

余秋芬 (2004) 以參加 91 學年度大學多元入學方案，進入中國文化大學就讀並已修習入學後第一學年國文、電腦領域、外文領域及必修課程的大一學生為研究對象。分別針對推薦甄選、申請入學與考試分發三種不同入學方式的學生進行研究，檢測學科能力測驗各項成績與入學後第一學年學科學習績效的相關程度，並檢測其入學後第一學年學科學習績效的差異情形。我們擷取其中與理工學院相關的結論有：

- 1 各學院在各入學方式上均顯示，學測的英文科成績與整體的學測成績及入學後的學科學習績效等兩方面都是有顯著的正相關。英文之外的學測成績與整體的學測成績及入學後的學科學習績效等兩方面皆無顯著的相關性。
- 2 推薦與申請方式下錄取的學生，大部份的學院其整體學測成績與入學後的學科學習績效之間是較無顯著相關性。表示不以學測成績為取才標準的做法是適當的，與大學入學多元方案精神相符。
- 3 各學院在各入學方式上均顯示，入學後的外文領域學習績效與整體的學科學習績效有高度顯著正向的相關性。

- 4 理學院與工學院經由考試分發入學的學生，在電腦領域與必修科目的成績表現上，優於以推薦甄試或申請入學管道進來的學生。

在本研究的 4.3 延伸實驗與附錄三中，也同樣看出學測英文與微積分之間達顯著的正相關，呼應了上述結論中的第 1、3 點。且從本研究的 4.2.5 入學管道的討論中，我們發現分發入學生的微積分成績優於甄選入學生，此結果亦與上述結論 4 不謀而合。對於學測成績在其它學院的相關，則不屬於本研究討論的範圍。

張秀英 (2003) 採用大學入學聯招成績、學科能力測驗成績與大學一年級學生之在校成績做為研究主題，從實際數據中探討逢甲大學大一學生 87-89 年入學成績的變化、在校成績（國文、英文、微積分、物理、化學）與聯招入學考試成績（國文、英文、數學、物理、化學）之相關情形、在校成績（國文、英文、微積分）與學力測驗成績（含：國文、英文、數學）之相關情形。藉由對大學入學成績與其在校成績間關係的了解，以便提供逢甲大學各系能夠在甄選入學制訂定更適當的選才條件。省略對逢甲大學成績變化的討論以及在本節一開始就提過成績預測的部分，整理與本研究相關的結論有：

- 1 聯考入學的國文、英文科成績達標等級越高，其在校成績 80 分以上的百分比也越高。而達標等級越低，越不適應大一的國文、英文教育要求。
- 2 數學科方面，無論聯考成績等級為何，在校微積分成績不及格的百分比並無明顯差異。

上述文獻主要使用的樣本資料為聯招成績，而本研究中使用的則是學測成績，然而卻看到以下共同的結論：首先，英文成績較低確實在其學習表現上也較



達不到標準；而數學成績在本研究當中也沒有觀察出與微積分明顯的關係。雖然不能說高中數學學了沒用，但至少表現出高中數學沒有為微積分做好準備。

台大陳宏教授 (2008) 觀察 1000 多位台大理工科系學生的學測成績與微積分成績，研究顯示數學、英文、自然及總分成績越高，大一微積分成績也越高且微積分不及格率較低。

從本文的附錄三中，我們也可以看到除了之前提過的英文與微積分的相關之外，學測總級分與微積分平均的相關也達 .05 的顯著水準，此結果與陳宏教授的研究結果是相似的，只是本研究對總級分成績並無進一步深入的探討。另外，我們針對學測成績的變異數也作了討論，將發現學測成績變異數與微積分學習表現之間是有關聯性的。

# 第三章 研究設計與方法

本章旨在說明研究設計過程及使用方法，以下就「研究流程」、「研究對象與工具」及「實施步驟」分成三小節討論。

## 3.1 研究流程

本研究的研究流程如圖 3-1 所示：

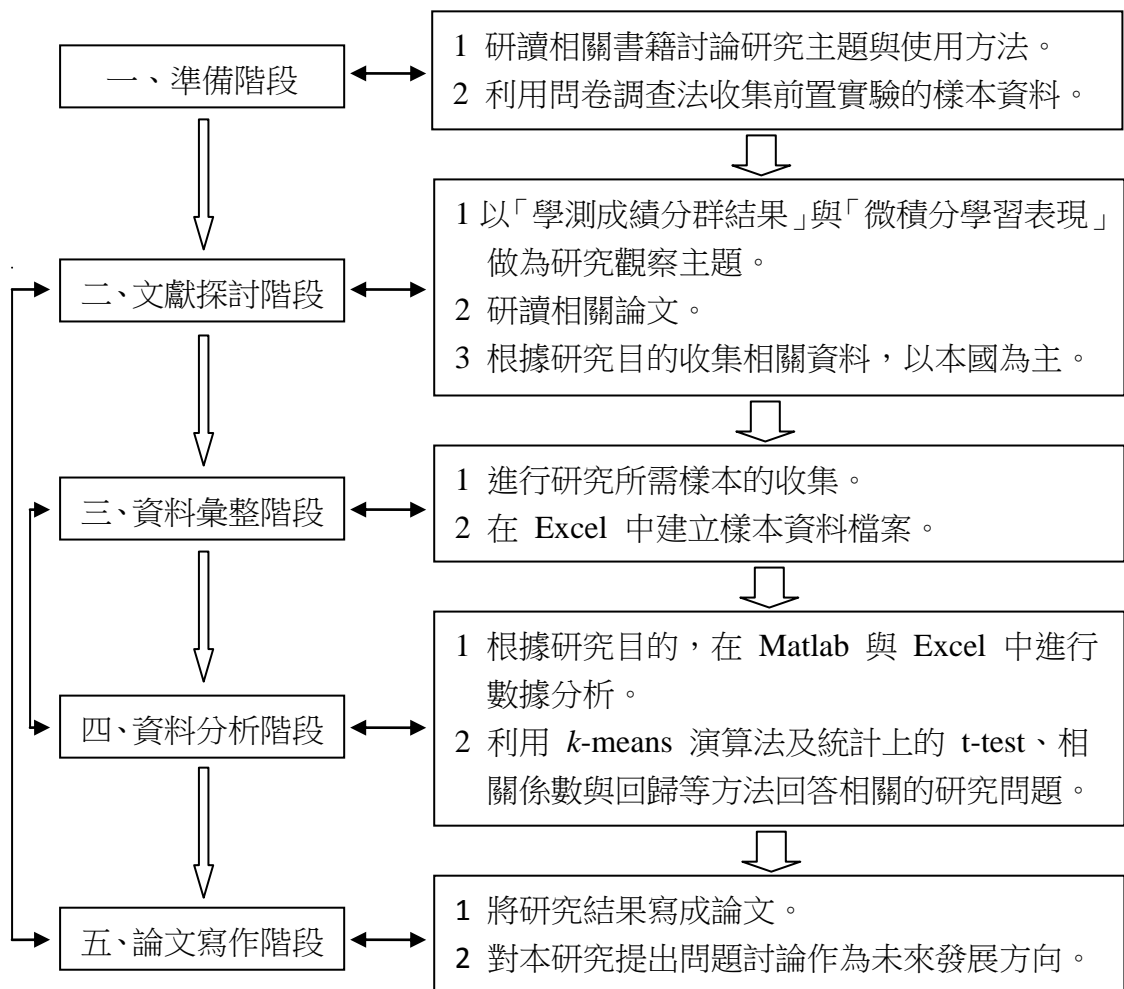


圖 3-1 研究流程圖

## 3.2 研究對象與工具

本研究實驗的對象為國立中央大學 96 學年度入學的理、工學院新生，此屆學生中參與微積分聯合教學的科系有：土木、大氣、化材、化學、生科、光電、物理、資工、數學及機械，共 10 個科系，為選取樣本時的主要對象。

研究過程中為符合實驗設計，依據需求分別選取了以下三組樣本：

- 1 前置樣本：在前置實驗中採用的樣本，指的是研究對象為國立中央大學 96 學年度「數學系」的新生，以學生「入學前的學測成績」及「入學後的微積分成績」為樣本資料。此處學測成績在取得方法上為「問卷調查」（見附錄四），除了資料的準確度必須建立在信任學生的立場上外，對於資料不全的樣本也歸為無效樣本。扣除無效樣本後，研究對象人數為 40 人。雖然研究者有研究對象姓名、學號等資料，但是為了避免涉及個人隱私一律以編號 1—40 代表。
- 2 研究樣本：為主要研究的樣本，指的是研究對象為國立中央大學 96 學年度參加「微積分聯合教學」的新生，以學生「入學前的學測成績」、「入學後的微積分成績」及「入學方式」為樣本資料。此處學測成績與微積分成績是分別請註冊組與數學系幫忙取得，提高了資料的準確度。扣除部分資料不全的無效樣本之後，研究對象人數為 600 人。雖然研究者有研究對象姓名、學號等資料，但是為了避免涉及個人隱私一律以編號 1—600 代表。
- 3 延伸樣本：指的是研究對象為國立中央大學 96 學年度同時參加微積分聯合教學與「大一英文」課程的新生，以學生「入學前的學測成績」、「入學後的微積分成績」與「英文程度」為樣本資料。此處成績除了取自研究樣本外，也商請語言中心協助，資料準確度是可信的。扣除部分資料不全的無效樣本之後，研究對象人數為 590 人。雖然研究者有研究對象姓名、學號等資料，但是為了避免涉及個人隱私一律以編號 1—590 代表。

此三組樣本將分別使用於前置實驗、研究主題及延伸討論中。

國立中央大學的微積分聯合教學有一套專屬的題庫，可依照比例與需求選擇不同難易程度的試題，達到每次會考試題內容的一致與公平。而在 96 學年度，又特別請單維彰教授進行整學年的統一命題。因此，本研究所使用的微積分成績樣本，來自於同一位教師以一致的命題原則所製成的試卷，是非常具有研究價值的。

在資料整理上使用的工具為 Excel 軟體，數據分析則大部分使用 Matlab 套裝程式軟體，應用到的技術包含 *k-means* 及統計上的相關係數、*t-test* 及回歸等方法，研究最後再利用訪談法進行研究相關議題的討論。

### 3.3 實施步驟

接續 1.1 的研究源起與動機，開始一個初步的實驗。在實驗進行的過程中，我們不一定都能得到滿意的結果，但總能從中獲得研究的方向與靈感，進而產生後續的發展。以下將按照研究的時程，將研究分成前置實驗、研究主題與延伸研究三個小節依序說明。

#### 3.3.1 前置實驗

在著手此研究之前，我跟著學姐一起學習生物訊號分析，也因此才有機會接觸到 *k-means* 這類的方法，也利用這個方法開始第一個試探性的實驗。這個實驗的資料是前置樣本中的學測成績，資料來源是老師在課堂利用問卷調查而取得的。以下說明實驗實際操作的步驟。

首先，在套裝程式軟體 *Matlab* 中執行 *k-means* 分群法，將前置樣本中的學測成績分成三群或四群。特別注意的是，在執行 *k-means* 分群法時，程式預設的初始中心為隨機選取，每次可能產生不同的分群結果。為了取得最佳且一致的分群結果，我們利用指令設定程式重複執行 10 次，採取誤差目標函數值最小的做為判讀的依據。最後，經由專家觀察與判讀分群的結果。在附錄一中，我們將同時解說「*k-means* 演算法」與呈現「在 *Matlab* 中的操作方法」。

在對 *k-means* 產生的分群結果做了分析之後，我們希望分群的結果能被有效的利用。因此將前置樣本中各個樣本的微積分六次會考成績在 *Excel* 中取得平均，並以此成績作為微積分學習表現的依據。接著在 *Matlab* 中，利用程式搜尋

分群後的各樣本所對應的微積分平均。獲得各分群樣本的平均後，我們在 Excel 中統計各群的平均不及格率，觀察 *k-means* 分群的結果與微積分學習表現之間的關聯。

討論了 *k-means* 分群法後，我們要繼續關心學測成績與微積分學習表現的關係。這次嘗試利用另一種常用的分群方法，就是做分布圖觀察。此時需要利用到兩個變項作為縱軸及橫軸，於是再將前置樣本利用 Excel 中的內建指令 (*varp*) 求得學測成績的變異數，以此數值做為學測成績的代表，而之前求得的微積分平均就是微積分學習表現的代表。利用各樣本剛剛求得的變異數與之前求得的微積分平均，設定變異數為縱軸、平均數為橫軸，在 Matlab 中畫圖呈現前置樣本的分布，如圖 3-2。最後再以專家判讀的方式決定離群值 (*outlier*) 並做分群。

觀察了圖 3-2 之後，我們同樣對判讀的分群結果進行微積分不及格率的統計，並且討論學測成績與微積分成績的關係。

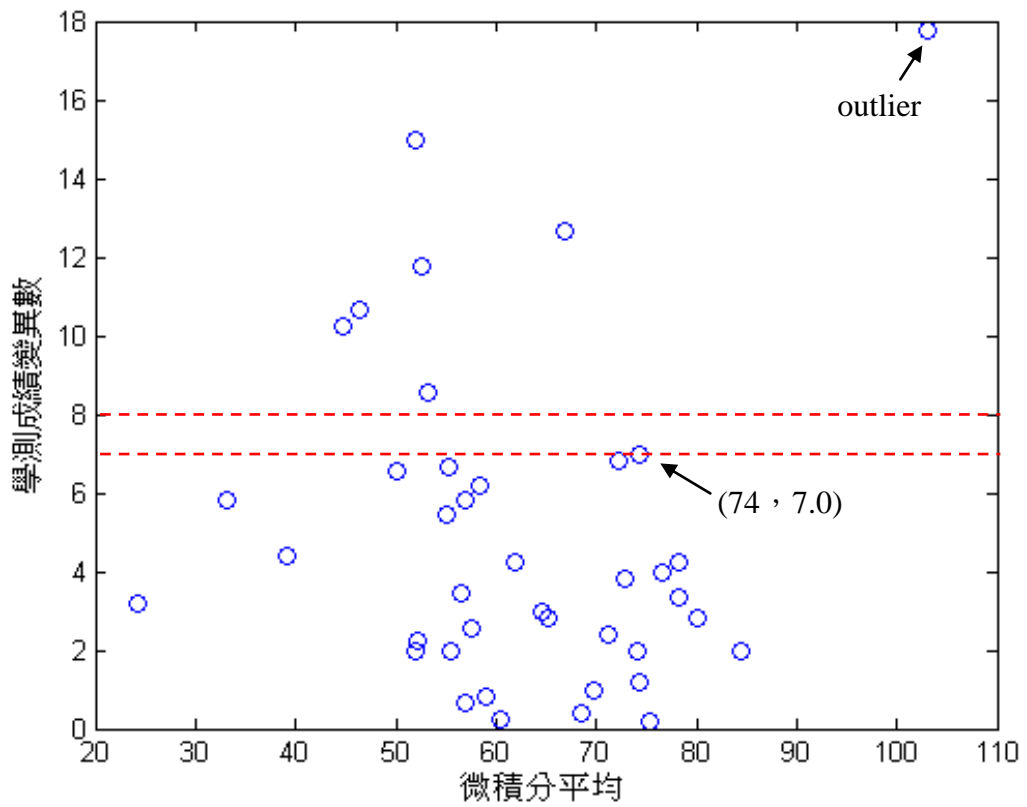


圖 3-2 前置樣本分布圖

註：以變異數為縱軸、平均數為橫軸，畫圖呈現。

### 3.3.2 研究主題

基於前置實驗的經驗下，我們企圖擴大樣本持續觀察，在與學校行政處室接觸與溝通後獲得了研究樣本。接著以研究樣本重覆前置實驗的研究過程，實驗的結果除了要與前置實驗互相比較之外，也將針對研究結果做進一步的實驗設計與討論。

首先，同樣在套裝程式軟體 **Matlab** 中執行 *k-means* 分群法，將研究樣本中的學測成績分成三群與四群。由於此時已經有前置實驗的經驗，因此在執行 *k-means* 分群法時，不採取程式預設的隨機選取初始中心，而是將前置實驗中分群後各群的學測成績取平均，再設定此平均為 *k-means* 分群法執行的初始中心。由於固定了初始中心，因此同一組數據每次執行後都能獲得一致的分群結果。程式執行後的分群結果，同樣由專家進行觀察與判讀。

取得 *k-means* 的分群結果並加以觀察之後，我們再次算出各樣本的微積分平均並與分群結果作連結，再統計各群的微積分不及格率，最後將結果與前置實驗比較。

接下來，我們也試圖先將研究樣本利用 **Excel** 中的內建指令求得學測成績的變異數，再與微積分平均一起在 **Matlab** 中作圖觀察，卻因為樣本數過大，導致在作圖之後呈現不易判讀的情形。因此，在觀察了前置實驗的結果後，對於變異數改採以百分位數做分群。我們將研究樣本依學測成績的變異數，由小至大依序排列，分別找出前後第五、十二、二十五與三十百分位樣本的變異數值，將此數值作為分群的依據，如表 3-1 所示。



表 3-1 學測成績變異數分群標準

研究樣本之學測成績變異數		
變異數分群標準	從前面取	從後面取
第三十百分位	1.36	2.96
第二十五百分位	1.04	3.20
第十二百分位	0.64	4.64
第五百分位	0.40	6.80

依據表 3-1 的變異數分群標準，研究樣本前後可各分成四群，變異數介於 1.36~2.96 之間的樣本，則不做討論。分群後，統計各群微積分的不及格率，觀察學測成績的變異數與微積分學習表現之間的關係，並與前置實驗結果相互比較。

緊接著先前的前置實驗與研究主題的前半個階段，我們進一步觀察學測英文成績與學測成績變異數之間的關係。我們做了以下的猜測：學測成績英文低與學測成績變異大為同一群樣本。也就是說，學測成績英文低則變異大，反過來說也是。在此定義學測的英文級分  $\leq 10$  為「英文低」、學測成績變異數  $\geq 2.96$  為「變異大」。

首先，利用 Matlab 中的指令 `corrcoef` 對學測的英文級分與學測的變異數進行相關係數分析。接著，為了進一步探討彼此的關聯，設計一個小實驗，分成兩個方向討論英文低者與變異大者之間的關係。第一步要觀察的是：在降低英文級分標準之下，符合標準的樣本集合中，變異大的樣本比例變化；第二步則反過來觀察：在提高變異數標準之下，符合標準的樣本集合中，英文低的樣本比例變化。

觀察了英文低與變異大的兩群樣本後，我們考慮到入學管道的影響，也就是入學的管道是否會影響研究的結果。因此在我們的研究樣本中加入了入學方式的因素：甄選人學與分發入學；其中甄選人學指的是藉由學校推薦或個人申請方式入學，分發入學則是指經由指考分發入學。將研究樣本依入學管道分成兩群後，先在 Excel 中列表觀察兩群學測各科的平均級分與微積分六次會考的平均，接著在 Matlab 中利用指令 `ttest` 進行 `t` 檢定，協助說明兩種入學管道在學測成績與微積分學習表現上是否有差異。

了解兩種入學方式的基本資料之後，首先針對 `k-means` 的分群結果進行討論。我們利用之前 `k-means` 分出來的每個群再細分成甄選與分發兩群，接著在 Excel 中分別統計每個小分群的微積分不及格率，並列表觀察研究結果的異同。

對於變異數的問題，我們則先將研究樣本直接分成甄選與分發兩群，然後對兩群都依照之前的變異數分群方法，以百分位數訂標準做分群。最後同樣計算各群的微積分不及格率，並列表觀察，討論以入學管道區分後的實驗結果與未區分入學管道之間的關係。

### 3.3.3 延伸研究

在一連串的實驗後，我們對於以 `k-means` 分群後的分群二，也就是英文偏低的一群很感興趣。尤其當我們在 Matlab 中，將關於研究樣本的學測各個相關成績與微積分成績求得相關係數之後，察覺到英文與微積分的相關性比其它變項都來得明顯（參閱附錄三）。因此在研究的最後，提出了一個與英文相關的延伸問題，進行研究。

此實驗使用的是延伸樣本，主要是觀察英文與微積分學習表現之間的關係。首先，在 **Matlab** 中以延伸樣本進行學測英文級分與微積分六次會考的相關係數分析。

接著為了方便觀察，我們將延伸樣本的六次會考成績在 **Excel** 中利用函數 **standardize** 轉換成標準分數，同時依照英文程度，把延伸樣本分成高級、中級與初級三群。統計三群樣本分別在六次會考中標準分數的平均與標準差之後，列表觀察。根據統計結果，我們想討論學生在同時接受英文課程與微積分課程之下，英文教育是否能使初級班的同學漸漸的不再處於微積分學習上的劣勢。於是將高級班的微積分會考平均減去初級班的微積分會考平均，共可得到六個差值，再將此六個差值在 **Matlab** 中做簡單的線性迴歸。藉由觀察回歸直線，討論學生微積分的學習狀況。

在研究結束之前，我們針對實驗結果選取離群值的樣本對象進行訪談。選取的標準除了參考圖 3-2 要求學測成績變異大及微積分平均不低之外，也要符合學測成績英文低的標準。

訪談中研究者詢問關於受訪者的高中背景與剛開始接觸原文書的心情，另外也針對微積分與英文兩方面，關心受訪者在修習微積分的情形（例如：如何準備考試？）與唸英文的方式（例如：是否閱讀原文書？）。除此之外，也藉由了解受訪者在其它科目的學習表現，取得與本研究相關的訊息。

訪談的目的在探究受訪者變異大與英文低的原因為何，以及英文程度是否造成學習上的困難，也希望從中了解大一英文課程是否符合受訪者的需要。

## 第四章 研究結果與討論

本章比照 3.3 的實驗步驟，分成三小節，依序闡述前置實驗、研究主題與延伸研究的結果。

### 4.1 前置實驗結果

前置實驗是個初步的實驗，是後續研究的基礎，藉由觀察此實驗的結果，指出研究的方向。

#### 4.1.1 利用 *k-means* 分群後表現出的性質

前置實驗中使用的 *k-means* 程式，是沒有設定初始中心的，而是利用指令讓程式重複執行十次，自動取得最佳的分群結果。在我們將前置樣本中的學測成績經由 *k-means* 分群法分成三群或四群後，首先觀察分成三群的情形，整理結果如表 4-1。觀察發現：第一群的樣本顯示出較低的數學平均且每個樣本的數學級分皆低於 12；第二群的樣本顯示出較低的英文平均且每個樣本的英文級分皆低於 9；第三群的樣本相較於其它群則沒有明顯的特徵，在此將第三群歸為其它。

表 4-1 前置樣本分三群

第一群					
編號	國文	英文	數學	社會	自然
1	11	10	11	10	10
3	11	11	10	11	13
6	12	10	9	13	14
27	12	10	8	12	13
30	11	7	10	12	13
平均	11	10	10	12	13
第二群					
編號	國文	英文	數學	社會	自然
7	12	4	13	12	13
8	10	3	14	11	13
11	13	8	15	10	13
16	12	7	15	13	12
18	13	7	14	14	12
20	9	4	15	13	15
25	11	5	15	14	13
28	12	8	15	10	13
35	13	8	15	13	14
37	12	8	15	10	12
38	10	7	15	7	13
39	10	6	15	11	12
40	11	6	15	8	13
平均	11	6	15	11	13
第三群					
編號	國文	英文	數學	社會	自然
2	12	12	12	11	12
4	12	10	15	11	11
5	11	12	15	11	13

9	12	12	14	9	12
10	11	12	15	11	15
12	11	9	15	8	13
13	12	11	15	11	11
14	10	11	14	12	13
15	12	11	14	11	12
17	13	11	14	10	12
19	10	12	15	9	12
21	11	12	12	12	13
22	13	12	13	11	11
23	13	10	14	10	13
24	13	9	12	9	12
26	14	12	15	11	13
29	10	10	14	10	14
31	10	12	14	8	11
32	13	10	14	9	14
33	12	12	14	12	12
34	10	11	14	13	12
36	12	9	15	8	9
平均	12	11	14	10	12

註：在 Matlab 中執行 *k*-means 分群法，將學測成績分成三群。

接著觀察在 Matlab 中經由 *k*-means 分群法將樣本分成四群的情形，整理結果如表 4-2。整體來看：分成四群後第一、二群的性質與分成三群時相同，分別還是顯示數學、英文較低；第三群各科看起來都沒有明顯差異，我們同樣視為其它；第四群則顯示出英文與社會級分似乎都不高，而數學級分平均卻將近滿分。在此由於樣本過少且分群特質不夠明顯，對於第四群暫時不做特別的性質說明，將此問題留在擴大樣本後繼續討論。

表 4-2 前置樣本分四群

第一群					
編號	國文	英文	數學	社會	自然
1	11	10	11	10	10
3	11	11	10	11	13
6	12	10	9	13	14
27	12	10	8	12	13
30	11	7	10	12	13
平均	11	10	10	12	13
第二群					
編號	國文	英文	數學	社會	自然
7	12	4	13	12	13
8	10	3	14	11	13
16	12	7	15	13	12
18	13	7	14	14	12
20	9	4	15	13	15
25	11	5	15	14	13
35	13	8	15	13	14
39	10	6	15	11	12
平均	11	6	15	13	13
第三群					
編號	國文	英文	數學	社會	自然
2	12	12	12	11	12
4	12	10	15	11	11
5	11	12	15	11	13
9	12	12	14	9	12
10	11	12	15	11	15
13	12	11	15	11	11
14	10	11	14	12	13
15	12	11	14	11	12

17	13	11	14	10	12
19	10	12	15	9	12
21	11	12	12	12	13
22	13	12	13	11	11
23	13	10	14	10	13
26	14	12	15	11	13
29	10	10	14	10	14
31	10	12	14	8	11
33	12	12	14	12	12
34	10	11	14	13	12
平均	12	11	14	11	12
第四群					
編號	國文	英文	數學	社會	自然
11**	13	8	15	10	13
12***	11	9	15	8	13
24***	13	9	12	9	12
28**	12	8	15	10	13
32***	13	10	14	9	14
36***	12	9	15	8	9
37**	12	8	15	10	12
38**	10	7	15	7	13
40**	11	6	15	8	13
平均	12	8	15	9	12

註：在 Matlab 中執行 *k*-means 分群法，將學測成績分成四群。

\*\*表示樣本來自表 4-1 的第二群。

\*\*\*表示樣本來自表 4-1 的第三群。



分別觀察了分成三群與分成四群的結果之後，將兩種分群結果仔細比較，發現：分成四群後的第一群與分成三群後的第一群完全相同；第二群中則少了原本社會級分低於 11 的五個樣本；第三群也少了其中英文級分加上社會級分低於 20 的四個樣本；這些從第二群與第三群中少了的樣本，最後皆被分配至第四群。

經由 *k-means* 分群之後，第一、二群應該是分別表現出數學低與英文低的特質。如預期 *k-means* 演算法有助於教育研究者分析資料—先利用電腦工具嘗試分群，再以專家眼光判斷分群結果。我們將在研究主題中，藉由擴大樣本來驗證這個結果。

#### 4.1.2 *k-Means* 分群結果與微積分的關係

在以 *k-means* 做分群後，我們關心的是各分群與微積分的關係。首先，檢視各樣本微積分平均，若平均小於 60 則視為微積分不及格，其它為及格。經由統計之後，觀察各群微積分不及格率 (fail rate)，在分成三群與四群時的統計結果分別顯示如表 4-3 與表 4-4。

表 4-3 前置樣本分三群的微積分不及格率

	總人數	不及格人數	不及格率
第一群	5	2	40%
第二群	13	9	69%
第三群	22	9	41%
全樣本的不及格率			50%

表 4-4 前置樣本分四群的微積分不及格率

	總人數	不及格人數	不及格率
第一群	5	2	40%
第二群	8	4	50%
第三群	18	6	33%
第四群	9	8	89%
全樣本的不及格率			50%

從表 4-3 中，可以看到第二群的微積分不及格率，不但明顯高於其它兩群也高於全樣本，而第二群表現的特質是英文級分偏低，這是讓我們發現值得討論的部分。但在表 4-4 中，第二群的不及格率雖然高過第一、三兩群，然而第四群的不及格率卻遠高於前三群與全樣本。之前在討論分群特質時，已經觀察到表 4-1 的第二、三兩群分至表 4-2 中的樣本，為部分科目級分較低的樣本，很可能是因此而造成第四群不及格率偏高。

本實驗中，由於前置樣本過小且各個分群結果的人數也都不超過 20 人，因此對實驗結果只做基本的描述，而不多做推論，對於有興趣的問題將在研究主題結果中加以討論。

#### 4.1.3 以學測成績變異數做分群與微積分的關係

根據圖 3-2 觀察樣本的分布後，我們猜測以變異數大小做為分群的標準，可能獲得有意義的關連性。其中變異大是指變異數 $\geq 8$ ，變異小是指變異數 $\leq 7$ 。

同樣利用統計不及格率，觀察與微積分的關係，設定成績標準為 60 分，小於 60 分為不及格，其餘為及格；而不及格率指的是扣除離群樣本後，同群中不及格樣本數占總樣本數的百分比。統計結果如表 4-5，觀察發現：學測成績變異大的一群，在微積分學習表現上的不及格率約為 83%；而學測成績變異小的一群，在微積分學習表現上的不及格率約為 45%。我們發現在入學前學測成績變異大的同學，在入學後的微積分學習表現為高危險群，需要特別關注。關於研究分群後的詳細資料：含各樣本的分群結果、五科學測成績、學測成績的變異數及微積分平均，請參閱附錄二。

**表 4-5 前置樣本依變異數分群的微積分不及格率**

	樣本數	不及格樣本數（樣本編號）	不及格率
變異大 ( $\geq 8$ )	6	5 (7,8,38,39,40)	83%
變異小 ( $\leq 7$ )	33	15 (5,6,9,11,12,22,26,27,28,32,33,34,35,36,37)	45%

## 4.2 研究主題結果

本節又分成五小節，前三小節是延續前置實驗的結果，做擴大樣本的研究。接著的兩小節，討論前三節的研究結果衍生出來的議題。

### 4.2.1 利用 *k-means* 分群後表現出的性質

我們利用前置實驗中分成三群與四群的結果，取得各群的平均向量，作為研究主題中 *k-means* 程式的初始中心。仿照前置實驗將研究樣本的學測成績在 Matlab 中以 *k-means* 分成三群與四群，由於樣本數過大，我們僅列出各群的平均與標準差方便觀察。首先，在分成三群後，如表 4-6，觀察發現：第一群與第二群分別在數學級分與英文級分偏低；第三群看起來各科的平均級分都不錯，標準差除了自然之外也都略小於其它群，但暫時沒有觀察出值得我們特別注意的性質而視為其他。研究主題中分成三群的結果可以說是與前置實驗結果一致。

表 4-6 研究樣本分三群

		國文	英文	數學	社會	自然
第一群 (236 人)	平均	13	12	10	12	13
	標準差	1.2	1.4	1.3	1.5	1.1
第二群 (132 人)	平均	12	9	12	11	13
	標準差	1.3	1.5	1.8	1.5	1.1
第三群 (232 人)	平均	13	12	13	12	13
	標準差	1.1	1.2	1.0	1.4	1.1

註：在 Matlab 中執行 *k-means* 分群法，將學測成績分成三群。

接著討論學測成績在 Matlab 中以 *k-means* 分成四群後，如表 4-7，觀察發現：第一群與第二群還是分別為數學級分與英文級分偏低；第三群與表 4-6 的第三群同樣是在各科表現都不錯且標準差也不大；第四群則在數學級分看出有相對偏高的現象。

表 4-7 研究樣本分四群

		國文	英文	數學	社會	自然
第一群 (203 人)	平均	13	12	9	12	13
	標準差	1.2	1.3	1.2	1.5	1.1
第二群 (82 人)	平均	12	8	11	12	13
	標準差	1.3	1.6	2.0	1.5	1.2
第三群 (175 人)	平均	13	13	12	12	13
	標準差	1.0	1.0	0.9	1.3	1.0
第四群 (140 人)	平均	12	11	14	11	13
	標準差	1.2	1.2	1.1	1.3	1.1

註：在 Matlab 中執行 *k-means* 分群法，將學測成績分成四群。

如果再仔細觀察研究樣本中從分成三群到分成四群的變化，可以發現：第一群中只有 33 個樣本變動，其中 4 個改變到第二群而有 29 個到第三群；第二群與第三群中則分別有 54 及 86 個樣本變動，且皆被分到第四群。也就是說，研究樣本從分成三群到分成四群只有四種變動方式，我們計算這四種變動方式樣本各科平均以便觀察，如表 4-8。從表中顯示出，第一群又分出一些英文較低的樣本到第二群，而第二、三群釋放出來的樣本則在數學級分有偏高的現象。因此，我們可以更確定第二群的特徵確實是英文級分偏低，而第四群則應該是數學級分較高的一群。

表 4-8 研究樣本從三群到四群的變化

樣本平均	國文	英文	數學	社會	自然
第一群分至第二群	13	8	8	12	12
第一群分至第三群	13	13	11	13	14
第二群分至第四群	12	9	14	11	13
第三群分至第四群	12	11	14	11	13

最後，將研究主題結果與前置實驗結果比較：在第一群與第二群我們可以得到一致的結果，分別代表數學偏低與英文偏低；第三群應該是集合各科表現都還不錯的樣本；而第四群則都是由分成三群時的第二群與第三群分化出來的。由於研究主題中 *k-means* 程式設定的初始中心，是來自於前置實驗的分群結果。因此，這些相同的現象，可以說是受了初始中心的影響，另外也表示 *k-means* 分群法在使用上有穩定的結果。

從 *k-means* 的分群結果來看，第三群在各科表現都不錯標準差也都偏小，但是卻沒有突出的性質；第四群則在數學級分有偏高的特質，也可能在社會科有偏低的現象。不過，對於三、四兩群，我們目前沒有特別想觀察的現象，因此不再做更深入的討論，將此兩群視為分群後的其它。

#### 4.2.2 k-Means 分群結果與微積分的關係

研究樣本的學測成績以 k-means 做分群後，我們重複前置實驗的步驟，對照各樣本的微積分平均，並統計各群的微積分不及格率，列表觀察。分成三群的統計結果，如表 4-9，觀察發現：第二群的不及格率明顯高於另外兩群與全樣本，而另外兩群的不及格率則皆低於全樣本。分成四群的統計結果，如表 4-10，觀察發現：第二群的不及格率依然高於另外三群與全樣本，而一、三兩群的不及格率也皆低於全樣本；第四群的不及格率雖然稍微高於全樣本，但還是遠低於第二群。

表 4-9 研究樣本分三群的微積分不及格率

	樣本數	不及格樣本數	不及格率
第一群	236	115	49%
第二群	132	89	67%
第三群	232	116	50%
全樣本的不及格率			53%

表 4-10 研究樣本分四群的微積分不及格率

	樣本數	不及格樣本數	不及格率
第一群	203	94	46%
第二群	82	58	71%
第三群	175	89	51%
第四群	140	79	56%
全樣本的不及格率			53%

在前置實驗與研究主題中，都發現以 *k-means* 分群後的第二群不及格率較高，也就是：

**英文級分低的學生有較高的微積分不及格率**

我們認為，此群在微積分的學習表現上，確實是值得特別注意的高危險群。

**4.2.3 以學測成績變異數做分群與微積分的關係**

按照表 3-1 的變異數分群標準，一共有八種分群，統計各群的微積分不及格率，列表觀察，如表 4-11。表 4-11 中左邊變異數 $\leq 1.36$  都歸為變異小的一群，右邊變異數 $\geq 2.96$  則歸為變異大的一群。結果顯示：變異小的分群，微積分不及格率皆低於全樣本，且隨著變異數分群標準變小有逐漸降低的趨勢；而變異大的分群，微積分不及格率則皆大於全樣本，且當變異數分群標準越大，微積分不及格率也相對地越來越高。

**表 4-11 研究樣本依變異數分群的微積分不及格率**

變異小		微積分不及格率	變異大		微積分不及格率
人數	標準		人數	標準	
206	$\leq 1.36$	47%	185	$\geq 2.96$	59%
153	$\leq 1.04$	47%	151	$\geq 3.20$	62%
89	$\leq 0.64$	43%	72	$\geq 4.64$	64%
38	$\leq 0.40$	42%	31	$\geq 6.80$	77%

註：全樣本的不及格率為 53%。

變異小為變異數 $\leq 1.36$ ，變異大為變異數 $\geq 2.96$ 。



在這邊我們決定變異數分群標準的方法，和前置實驗雖然不同，但在觀察分成兩群之後與微積分學習表現的關係，得到了一致的結果。推論結果：

**學測成績變異大在微積分學習表現上為高危險群**

#### 4.2.4 k-Means 分群性質與學測成績變異數的關係

本節重點在討論：利用 k-means 分群後的第二群（也就是英文偏低的一群）與變異數大小之間的關係。首先，我們在 Matlab 中求得學測各科成績與學測成績變異數的相關係數，如表 4-12。結果顯示，英文級分與學測成績變異數的相關達 .05 的顯著水準。

表 4-12 研究樣本學測成績變異數與各科的相關係數

考科	國文	英文	數學	社會	自然
相關係數	0.03	-0.41*	-0.34*	0.00	0.17*
p 值	0.54	0.00	0.00	0.99	0.00

註：符號 \* 表示達 .05 顯著水準

從 4.2.2 與 4.2.3 我們知道，英文級分較低的一群與變異大的一群在微積分學習表現上均為高危險群。表 4-12 也顯示出，英文級分與學測成績變異數兩個變項的相關達 .05 的顯著水準。於是，我們試圖觀察這兩群是否就是同一群樣本？

首先要觀察的是：在降低英文級分標準之下，符合標準的樣本集合中，變異大的樣本比例變化。將結果列表觀察，如表 4-13。可以看到，隨著英文級分標準的降低，變異大的群中比率漸增，最後達到百分之百。也就是說：

**英文級分低 ⇒ 變異大**

接著，我們反過來觀察，在提高變異標準之下，符合標準的樣本中，英文低的樣本比例。將結果列表，如表 4-14。此時，雖然四組群中比率皆高於全樣本，但在變異標準逐漸提高的最後，群中比率卻停滯沒有再增加。因此，我們認為造成變異大的因素不完全是英文；從表 4-12 推測可能是因為數學。

表 4-13 學測英文與學測變異數的關係（一）

英文標準		變異大	
人數	標準	人數	群中比率
161	$\leq 10$	94	58%
96	$\leq 9$	75	78%
54	$\leq 8$	52	96%
27	$\leq 7$	27	100%

註：全樣本變異大的比率為 31%。學測成績變異數 $\geq 2.96$  為變異大。

表 4-14 學測英文與學測變異數的關係（二）

變異標準		英文低	
人數	標準	人數	群中比率
185	$\geq 2.96$	94	51%
151	$\geq 3.20$	82	54%
72	$\geq 4.64$	50	69%
31	$\geq 6.80$	21	68%

註：全樣本英文低的比率為 27%。學測的英文成績 $\leq 10$  為英文低。

在這個小實驗中，我們知道英文確實是影響變異數的重要因素，但影響變異大的因素不是只有英文，還有其它，例如：數學。所以英文低或變異大，是兩個我們都需要關心的面向。

#### 4.2.5 入學管道的討論

這一節接著要關心的是：入學管道對研究結果的影響。先直接在 Excel 中將樣本分成甄選入學與分發入學兩群，列表觀察學測各科級分的平均，如表 4-15。可以發現，兩種入學管道從各科平均級分來看，除了數學科在分發入學管道有明顯較低之外，其它學科並無明顯差異。

表 4-15 甄選入學與分發入學的學測成績

學測資料平均	國文	英文	數學	社會	自然
全樣本	12.4	11.6	11.5	11.8	13.1
甄選 ( 189 人 )	12.5	11.6	12.8	11.9	13.5
分發 ( 411 人 )	12.4	11.5	10.9	11.7	13.0

另外，我們再觀察甄選入學與分發入學在微積分的學習表現，如圖 4-1。從微積分成績中，可看到分發入學生的六次會考平均成績皆高於甄選入學生。

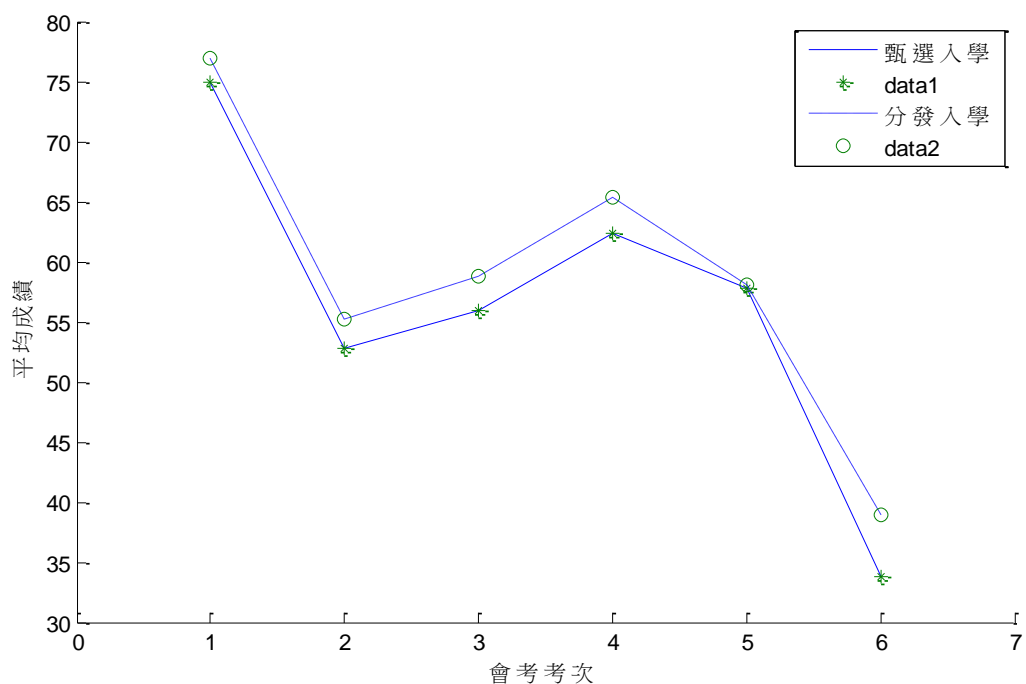


圖 4-1 甄選入學與分發入學的微積分成績

基於以上的觀察，我們在 Matlab 中進行兩次單尾的 t 檢定，分別假設甄選入學的學測成績高於分發入學，以及分發入學的微積分表現優於甄選入學。在 95% 的信心水準之下，檢定結果推翻了第一個假設而接受第二個假設。也就是說：

- 1 兩種入學管道的學測成績沒有明顯的差異
- 2 在微積分學習表現上分發入學優於甄選入學

對於甄選入學與分發入學做了基本資料的討論後，我們針對兩種入學管道的學生，再進行一遍分群的研究。首先是將 k-means 分成三群與分成四群的結果，分別再細分為甄選與分發兩群，並在 Excel 中，分別統計出此兩種管道的微積分不及格率，如表 4-16 與表 4-17。結果顯示，無論是分成三群或是分成四群，在分群二的不及格率都明顯高於其它群，此結果與之前未分入學管道時的結果相同。

表 4-16 三群中甄選與分發入學的微積分不及格率

微積分不及格率	分群一	分群二	分群三
甄選	58%	76%	50%
分發	47%	63%	50%

表 4-17 四群中甄選與分發入學的微積分不及格率

微積分不及格率	分群一	分群二	分群三	分群四
甄選	48%	64%	55%	61%
分發	46%	72%	47%	52%

接著是針對以變異數做分群的程序，討論入學管道對研究結果的影響。先依照之前研究的方法，以百分位數的取法訂定變異數分群的標準，得到分群標準如表 4-18 與表 4-19。

表 4-18 甄選入學學測成績變異數分群標準

甄選		
變異分群標準	從前面取	從後面取
第三十百分位	1.20	2.56
第二十五百分位	1.04	2.96
第十二百分位	0.64	4.24
第五百分位	0.40	6.16

表 4-19 分發入學學測成績變異數分群標準

分發		
變異分群標準	從前面取	從後面取
第三十百分位	1.36	3.04
第二十五百分位	1.20	3.44
第十二百分位	0.64	4.64
第五百分位	0.40	7.44

依據表 4-18 與表 4-19 的標準，統計各分群的微積分不及格率。基於前置實驗的經驗，我們關心的是變異大的分群與微積分學習表現的關係，因此僅將不同入學管道變異大的分群列表觀察，如表 4-20。結果看到，變異大的分群在微積分不及格率上皆高於全樣本的微積分不及格率。雖然結果不如之前的實驗，隨著變異標準的漸增不及格率有一直增高的現象，但還是同樣顯示出，兩種入學管道的學生，都在學測成績變異大時有較危險的微積分學習表現。

表 4-20 不同入學管道依變異數分群的微積分不及格率

甄選入學			分發入學		
變異大		微積分不及格率	變異大		微積分不及格率
人數	標準		人數	標準	
59	$\geq 2.56$	61%	124	$\geq 3.04$	58%
48	$\geq 2.96$	60%	104	$\geq 3.44$	63%
24	$\geq 4.24$	67%	52	$\geq 4.64$	62%
10	$\geq 6.16$	70%	21	$\geq 7.44$	81%

註：甄選入學全樣本的微積分不及格率為 57%

分發入學全樣本的微積分不及格率為 52%

以上說明，4.2.2 及 4.2.3 的所有結論不受入學管道的影響。

本研究以微積分聯合教學六次會考平均，做為學生微積分學習表現的依據，此成績並非學生實際學期成績。實際學期成績滿分為 110 分，除了會考成績占 80 分外，還有 30 分的平時成績（含：小考、作業及綜合評量）。因此，此處的不及格標準僅表示學習成果不佳，不代表學生在此課程是不通過的。

## 4.3 延伸研究結果

在研究主題之後，我們安排一個延伸研究，討論與英文相關的議題。此節分成「英文與微積分的關係」及「訪談離群樣本對象」兩部分論述研究結果。

### 4.3.1 英文與微積分的關係

在注意到了學測英文成績低會有較高的微積分不及格率後，我們進行本節的研究，進一步討論英文與微積分的關係。首先，利用延伸樣本觀察學測英文級分與微積分六次會考成績的相關係數，整理如表 4-21。分析結果顯示，六次的微積分會考與學測的英文相關皆達 .05 的顯著水準。表現出：入學前的學測英文級分與入學後的微積分學習是相關的。

表 4-21 學測英文與六次會考相關係數

微積分成績	會考一	會考二	會考三	會考四	會考五	會考六
相關係數	0.14*	0.15*	0.17*	0.18*	0.10*	0.19*
P 值	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00

註：\*表示達 .05 顯著水準

接著，利用國立中央大學在入學後大一英文的分班結果作為英文程度，將延伸樣本依照英文程度分群，觀察這三群的微積分六次會考成績，如表 4-22。為了讓不同考試的成績可以互相比較，表 4-22 採用了標準化的成績數據。



表 4-22 英文分班後各班微積分標準分數的比較

標準分數	會考一	會考二	會考三	會考四	會考五	會考六
高級班平均	0.14	0.12	0.20	0.21	0.02	0.14
中級班平均	0.06	0.02	0.12	0.10	0.14	2.00
初級班平均	-0.08	-0.08	-0.08	-0.16	-0.08	-0.15

略過中級班不看，我們觀察高級班與初級班的表現。表 4-22 顯示：高級班的平均表現一直都在全體的平均之上，而初級班的平均表現一直都在全體的平均之下。這也表示，英文程度對微積分學習確實是有影響的。

我們認為英文程度與微積分的學習表現是有關係的，又知道學生在學習微積分同時也修習英文課程。所以我們想了解，同時修習英文課程之下，能否拉近高級班與初級班在微積分學習表現上的差距？於是，我們利用表 4-22 高級班與初級班的數據，以高級班減去初級班的平均做為差距，再以六個差距做回歸直線畫圖觀察，如圖 4-2。

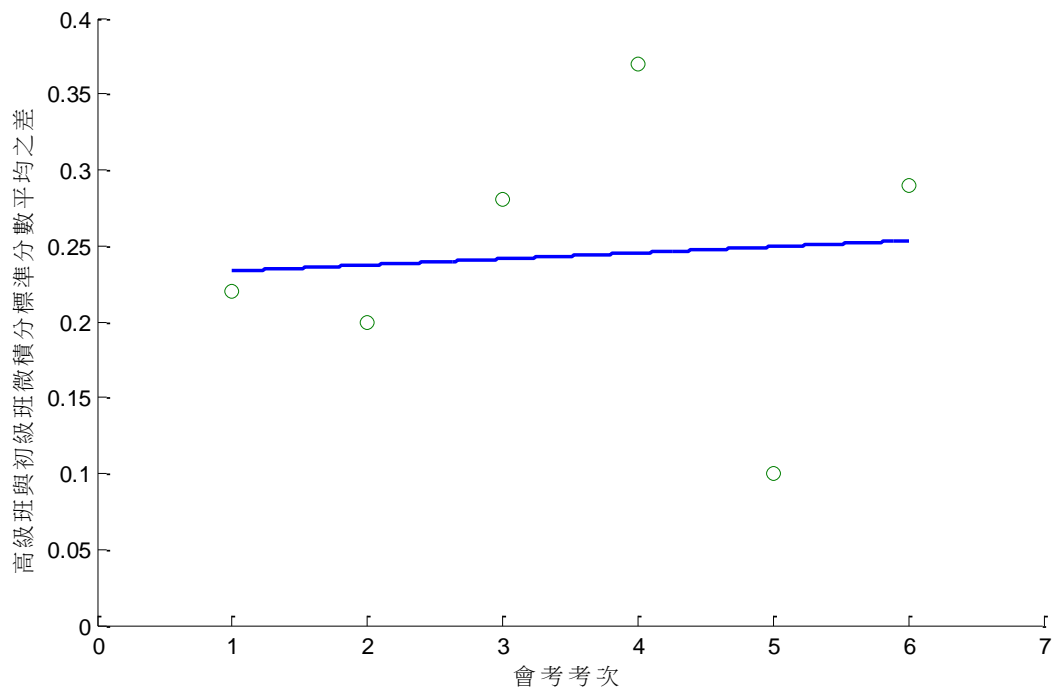


圖 4-2 高級班與初級班六次會考差距之回歸直線圖

從回歸直線的走向來看，沒有表現出差距降低的趨勢。也就是說，在同時接受大一英文課程的情況下，初級班相對於高級班在微積分的學習上，還是一直處於劣勢。

### 4.3.2 訪談離群樣本對象

最後，針對以上的研究結果，我們從延伸樣本中選取了三個屬於離群值的樣本對象，做進一步的訪談。此三個訪談對象，在入學前的學測英文都不高於 7 級分，學測成績變異數都不低於 6.8，在大一都是修習初級班的英文課程，然而他們的微積分平均分分別是 102、93 及 72 分。而延伸樣本整體的入學前學測英文平均為 11.6 級分，學測成績變異數平均為 2.5，微積分平均為 58.2 分。

在訪談中發現，訪談對象確實都對英文的學習感到困難，而困難的重點是在英文單字的記憶上，並非文法的理解。訪談對象認為，英文課程與微積分學習沒有特別的相關性。對於微積分的學習，只需要了解其中的專有名詞，讀懂課本並不困難，尤其聽懂老師課堂上講的課文內容就更沒問題了。但英文課程的內容，對訪談對象而言仍然是很大的障礙。訪談對象也提到，自己是會去閱讀英文課本的，但大部分的學生並沒有這樣的習慣。也就是說，就現階段而言，英文程度並沒有阻礙他們在微積分課程的學習，原因可能是他們不會畏懼接觸英文書，而多少會逐字閱讀微積分英文課本的基本定義。這也表示，微積分英文課本其實是很容易讀的，即使英文程度較低還是可以讀懂。訪談對象也認為，上課老師解說英文課本內容與微積分聯合教學課後輔導的規劃，都有助於解決在自行閱讀英文書時可能遇到的障礙。

研究者認為，微積分課程其實不難，學生能學好的最大因素是本身的用功，用功包括願意閱讀英文課本。要閱讀英文課本也不難，即使是英文學測成績低的人，都能自行閱讀英文課本，並且有好的學習表現。其中有一訪談對象表示，只要考前把該做的題目做完，應付微積分的考試就沒有太大的問題。再次顯示出，微積分課程本身是不難的，而學習的態度卻很重要。雖然前面的研究顯示，英文

低與變異大都對微積分的學習是有影響的，但更源頭的因素可能是學習態度。學習態度的偏差，造成學生對於不同科目的學習意願起伏過大，導致英文低或變異大。

## 第五章 結論與建議

本論文主要的研究目的在於，試圖將訊號分析與機器學習領域中常用的方法運用在教育領域上，並利用有效的資料探討學生在入學前的學測成績與入學後的大學學習表現之間的關係。研究者以本身就讀的國立中央大學學生為研究對象，樣本資料包含了入學前的學測成績、入學後的微積分聯合教學成績、以及大一英文分班資料。本章依據第四章的研究結果，統整出結論並提出建議，作為以後研究發展的參考。

### 5.1 結論

此節首先針對研究目的提出的待答問題一一給予回應。

- 1 對於待答問題 1「利用 *k-means* 分群法將學測成績分群後的結果，有哪些值得觀察的現象？」，分成以下兩方面說明：
  - (1) 從 4.1.1 與 4.2.1 的研究結果看到，學測成績在 Matlab 中藉由 *k-means* 分群法，可以自動地分出數學偏低與英文偏低的兩群。當我們有大量的樣本需要觀察時，就可以利用 *k-means* 分群法協助我們做預先的資料處理。
  - (2) 其次，在我們做了與微積分關聯的研究後，也說明了 *k-means* 分群法的運用是具有教育意義與實用價值的。
- 2 對於待答問題 2「入學前的學測成績與入學後的微積分成績關係為何？」，以下分成兩部分來回答：

(1) 在 4.1.2 與 4.2.2 的研究結果中，都顯示出：以 *k-means* 分群法將學測成績分群後的第二群，微積分不及格率偏高。也就是說，入學前學測英文級分低的一群，在入學後的微積分學習上為高危險群，需要特別關注。

(2) 從 4.1.3 的研究結果發現，我們可以利用學測成績的變異數將樣本分群。而在 4.1.3 與 4.2.3 的研究結果則同樣地呈現出：學測成績變異大的一群，在微積分的學習表現上是需要關注的高危險群。

3 對於待答問題 3「學測英文成績與學測成績變異數有何關係？」可以從 4.2.4 的研究結果看到：

學測英文低會造成學測成績變異大，但影響學測成績變異大的不只是英文還有其它因素，可能是數學。也因此，學測英文成績低與學測成績變異大是兩個我們都需要關心的變項。

4 對於待答問題 4「入學管道是否影響實驗結果？」，在 4.2.5 的結果分析中顯示：

(1) 兩種入學管道的背景分析：入學前的學測成績並沒有明顯的差異，而入學後的微積分六次會考則是分發入學生的成績優於甄選入學生的成績。

(2) 無論是針對 *k-means* 的分群或是針對變異數的分群，區分兩種入學管道與未區分入學管道的結果是一致的。也就是說，無論是何種入學管道，屬於英文低的一群與屬於變異大的一群，都是在微積分學習表現上的高危險群，需要特別注意。

5 對於待答問題 5「英文與微積分學習表現之間的關係為何？」，我們整理 4.3 的研究結果，分成以下三點回答：

- (1) 學測英文級分與微積分六次會考成績均達  $.05$  顯著水準的正相關。也就是說，學測的英文成績與入學後的微積分學習是有相關的。
- (2) 大一英文高級班的微積分學習表現是在平均之上，而大一英文初級班的微積分學習表現則在平均之下。也就是說，英文程度影響學生大一微積分的學習表現。
- (3) 研究顯示：同時修習微積分課程與英文課程，沒有改善初級班在微積分學習上的劣勢。

## 5.2 建議與發展

結論 1 指出，*k-means* 分群法能主動的將樣本資料分群，然而各分群代表的意義還是需由研究者觀察後判別。此分群法的使用上，無法達到完全自動化的效果，但是仍可成為教育工作者分析大型資料的利器。

從表 4-6 與 4-7 看 *k-means* 的分群結果，學測成績的國文、社會與自然平均都差不多，有明顯差別的是數學和英文，這或許就是國立中央大學理工學院學生的特色。

在分布圖的使用上，我們只從小樣本的分布情形，觀察出學測成績變異數與微積分學習表現的關係。樣本擴大後，分布圖不但沒有表現出值得觀察的訊息，反而因為樣本過大而不易觀察。

使用分布圖時，我們選取變異數代表學測成績、微積分平均代表微積分學習表現。觀察分布圖後，判別變異數與微積分的關係。如此的設計，是假設變異數與學生學習態度有關。我們猜想變異大的學生，在面對困難時可能較容易放棄，學習的意願也較容易受個人喜好的影響。本研究中，未對此假設進行更深入的驗證與說明。

結論 2、3 指出，英文低影響微積分學習表現，變異大也影響微積分學習表現，而英文低又會造成變異大。因此，我們認為英文低是影響微積分學習表現的核心問題，值得繼續關注。而如果學校有資源擴大關注的對象，則可涵蓋英文成績不算低但變異數過大的學生。



英文與微積分的關係，也可以仿照變異數分群的方法，利用英文級分排序後分群，觀察各群的微積分不及格率。經由分析同樣可以看到，隨著英文級分標準的降低，微積分不及格率漸升。然而如此分群，只用了學測五科成績中的一科，非本研究之目的。唯研究者未來可經由比較不同分群結果之間的關係，進一步說明不同分群法的適用性與實用性。

文中提到，研究初期嘗試的學測成績與微積分成績的回歸分析結果，與其它文獻中看到的相同，無法得到良好的預測功能，而排除在本研究內容之外。然而，分群後的資料性質類似或許可作為未來進行回歸分析的方向

表 4-15 顯示，分發入學生的數學平均低於甄選入學生約兩分，其它則差不多，原因可能與甄選時採用的倍率有關，參閱表 2-4，除了化材之外的科系，都以數學科做第一次的倍率篩選。我們推測，分發入學生可能就是因為數學表現失常，才沒有靠甄選方式進入本校就讀。而分發入學生與甄選入學生的學測成績無明顯差異，也就表示兩種入學管道其實招收到的是程度相當的學生。另外，分發入學生的微積分成績優於甄選入學生，與其需要準備指考而多半年的努力是否相關？若有相關，我們應考慮為甄選入學生安排此階段的學習課程。例如：現階段已經在暑期提供八週的微積分課程，但是也可以考慮四週的 **precalculus** 課程。

依據 4.3 的研究結果，我們有以下四個推論：

- 1 目前的大一英文課程對微積分的學習無直接的幫助
  - 2 英文程度的確影響了微積分的學習成效，但學習態度仍可能是主要關鍵
  - 3 微積分英文課本不難讀懂，且測驗的試題設計也不困難
  - 4 老師課堂上講解英文課本，與微積分聯合教學的課後輔導都有助學生學習
- 上述推論有待將來做進一步的研究。

附錄三的相關係數中，除了文中討論到的英文級分與微積分成績的相關之外，我們還注意到幾個其它特別的相關。學測數學級分與微積分會考六，達 .05 顯著水準的負相關，此意外的結果是顯示課程內容太難、學生期末表現變差還是試卷內容需改善？學測總級分與一半的微積分成績皆達 .05 顯著水準的正相關，是研究者未來值得討論的變項。

本研究取得的大一英文成績資料，礙於研究時間及研究設計上的限制，只利用了分班資料，而無充分使用英文課的成績。這方面的問題可做更深入的研究。

我們在 Matlab 中，藉由使用 *k-means* 分群法以及觀察分布圖，得到有意義的分群結果。嘗試將更多其它領域中常用的統計或 *data mining* 方法，有效地運用在教育領域上，是值得期待的。

## 參考書目

- [1] 國立中央大學微積分聯合教學網。 <http://libai.math.ncu.edu.tw/calc/>
- [2] 國立中央大學語言中心網站。 <http://www.lc.ncu.edu.tw>
- [3] 大學招生委員會聯合會。 <http://www.ibcrc.edu.tw/>
- [4] 大學入學考試中心網站。 <http://www.ceec.edu.tw>
- [5] 大學甄選入學委員會網站。 <http://www.caac.ccu.edu.tw>
- [6] 陳宏 (2008)：使用學測、指考成績預測微積分學期成績。台大演講網：2008 台灣大學統計研討會。  
[http://speech.ntu.edu.tw/user/vod\\_film.php?film\\_series=76](http://speech.ntu.edu.tw/user/vod_film.php?film_series=76)
- [7] Ethem,Alpaydin.(2004).**Introduction to Machine Learning**.  
London,England:The MIT Press.
- [8] William J.Palm III 著，呂明和、黃逸群譯 (2003)：**MATLAB 6 在工程上的應用**。台北市：麥格羅·希爾。
- [9] 林清山 (2003)：**心理與教育統計學**。台北市：台灣東華
- [10] Ven-Shiang Huang, Chien-Chang Yen, Nanping Yang, Shu-Cheng Lee, and  
Mao-Sheng Chang (2009)：Factor Analysis Based on Co-Area of Distributions。  
輔仁學誌，42，93-102。
- [11] 蘇玉龍、陳恭、林志忠 (2008)：大學甄選入學實施成果追蹤之研究（第四期）－各類入學途徑之利基分析。台北市：國立教育資料館。

- [12] 蘇玉龍、陳恭、林志忠 (2007)：大學甄選入學實施成果追蹤之研究（第三期）—系所甄選入學策略變革之分析。台北市：國立教育資料館。
- [13] 蘇玉龍、林志忠、陳恭 (2007)：我國大學甄選入學實施成果追蹤—入學前後學業表現之比較。教育資料集刊，35，29-48。
- [14] 蘇玉龍、葉連祺、吳京玲、陳恭 (2006)：大學甄選入學實施成果追蹤。教育資料與研究雙月刊，68，101-118。
- [15] 許佩玲、林邦傑 (1982)：我國大學學業成就之預測。測驗年刊，29，51-62。
- [16] 宗亮東、程法泌 (1979)：大學入學考試成績與高中、大學在校成績之相關研究。測驗年刊，26，1-3。
- [17] 吳蕙稜 (2008)：神經元電位訊號雜訊之組成分析。國立中央大學數學研究所碩士論文。全國碩博士論文資訊網，096NCU05479010
- [18] 潘尚怡 (2008)：大一微積分的平時表現與總結性評量之間的關係。國立中央大學數學研究所碩士論文。全國碩博士論文資訊網，096NCU05479011
- [19] 余秋芬 (2004)：高中學科能力測驗成績與大學入學後學科學習績效之相關性研究-以中國文化大學為例。中國文化大學國際企業管理研究所碩士論文。全國碩博士論文資訊網，092PCCU0321026
- [20] 張秀英 (2003)：大學入學考試成績與在校成績關係之研究。逢甲大學統計與精算研究所碩士論文。全國碩博士論文資訊網，091FCU05336017

# 附錄一

## 1.1 $k$ -Means 演算法

$k$ -Means 分群法為分割式分群法的一種，必須先指定群聚的數目  $K$ ，經由反覆的迭代運算，逐一降低誤差目標函數的值，直到中心向量穩定，就達到分群結果。

首先，依指定群聚數目隨機選定  $K$  個初始中心  $\mathbf{m}_i, i=1\dots K$ ，以及給定研究樣本  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^N$ ，其中  $N$  為樣本數。對於任意的樣本  $\mathbf{x}_t$  可以找到與此樣本點最接近的初始中心  $\mathbf{m}_j, j \in 1\dots K$ ，使得  $\mathbf{x}_t$  與  $\mathbf{m}_j$  的距離比  $\mathbf{x}_t$  與其他中心的距離更接近。也就是  $\|\mathbf{x}_t - \mathbf{m}_j\| = \min_{i=1}^K \|\mathbf{x}_t - \mathbf{m}_i\|$ ，我們就說樣本點  $\mathbf{x}_t$  屬於第  $j$  群。針對每一個樣本點，都可以找到距離最近的初始中心與歸屬的群聚，由此定義標籤  $b_i^t$ 。假如樣本點  $\mathbf{x}_t$  屬於第  $i$  群，則  $b_i^t=1$ ；假如樣本點  $\mathbf{x}_t$  不屬於第  $i$  群，則  $b_i^t = 0$ 。也就是假如  $\|\mathbf{x}_t - \mathbf{m}_j\| = \min_{i=1}^K \|\mathbf{x}_t - \mathbf{m}_i\|$ ，則  $b_i^t = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$ 。

接著依給定標籤，定義誤差目標函數：

$$E(\{\mathbf{m}_i\}_{i=1}^K | \mathbf{X}) = \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^K b_i^t \|\mathbf{x}_t - \mathbf{m}_i\|^2$$

而最好的中心向量為誤差目標函數值的最小化，得  $\mathbf{m}_i = \frac{\sum_{t=1}^N b_i^t \mathbf{x}_t}{\sum_{t=1}^N b_i^t}$  為下一步的迭代中心。隨著中心向量  $\mathbf{m}_i$  改變，樣本點  $\mathbf{x}_t$  所屬的群跟著變動，標籤  $b_i^t$  也隨之改變。在此並不能解最佳化的問題，必須經由迭代程序使誤差目標函數值逐次變小。

對於  $i=1\dots K$ ，迭代程序為：

- 1 依指定群聚數目，隨機選取初始中心  $\mathbf{m}_i$ 。
- 2 對於全部的樣本  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^N$ ，估計標籤  $b_i^t$ 。
- 3 估計完標籤，重新計算新的  $\mathbf{m}_i$ 。

重覆 2, 3 迭代程序直到中心向量穩定為止。也就是說，迭代程序找出來的中心向量會逐次收斂。

此演算法最後的中心向量  $\mathbf{m}_i$  與初始中心有高度的相關。針對初始中心的選取，提供以下幾種選擇：第一，隨機選取初始中心  $\mathbf{m}_i$ ；第二，先估計全部樣本的中心，再由中心向量加上  $K$  個小的隨機向量，作為初始中心  $\mathbf{m}_i$ ；第三，將樣本所對應的區域切割成  $K$  群，然後計算這  $K$  群的中心向量做為初始中心。在 Matlab 套裝軟體中， $k$ -means 的內建指令所預設的為第一種。

## 1.2 在 Matlab 中的操作方法

由於在套裝軟體 Matlab 中，有  $k$ -means 分群法的內建指令，而且我們只需要知道最後的分群結果，因此操作起來十分容易。下面我們以前置實驗樣本作為範例說明。

首先，將學測成績存成  $40 \times 5$  的資料檔 (orig.mat)。接著，開啟新的 M-file 編寫程式（檔名：orig\_kmeans.m）：

```
load orig % 讀取資料檔
```

```
index = kmeans(orig, k, 'replicates', '10') % 函數 kmeans 執行 k-means 分群法
```

其中，orig 為學測成績的資料檔名， $K$  為研究者指定的分群數，參數 'replicates'

與參數值 '10' 表示重複執行 10 次，取誤差目標函數值最小的作為分群結果。執行後會輸出一個命名為 `index` 的  $40 \times 1$  的矩陣，其中元素分別代表 40 個樣本點所屬的群別。

程式最後，研究者可依研究需求，利用相關內建指令加上原始資料列表觀察。

文中所應用的程式檔案皆存放在以下網頁：

<http://libai.math.ncu.edu.tw/~shann/Teach/mathedu/liang>

## 附錄二

前置樣本以變異數為縱軸、平均數為橫軸，畫圖呈現後分群的詳細資料：含各樣本的分群結果、五科學測成績、學測成績的變異數及微積分平均。

變異數 $\geq 8$ 平均 $\geq 60$ 成績資料							
編號	國文	英文	數學	社會	自然	學測變異數	微積分平均
20*	9	4	15	13	15	17.8	103
25	11	5	15	14	13	12.6	67
變異數 $\geq 8$ 平均 $< 60$ 成績資料							
編號	國文	英文	數學	社會	自然	學測變異數	微積分平均
7	12	4	13	12	13	11.8	53
8	10	3	14	11	13	15.0	52
38	10	7	15	7	13	10.2	45
39	10	6	15	11	12	8.6	53
40	11	6	15	8	13	10.6	46
變異數 $\leq 7$ 平均 $< 60$ 成績資料							
編號	國文	英文	數學	社會	自然	學測變異數	微積分平均
5	11	12	15	11	13	2.2	52
6	12	10	9	13	14	3.4	57
9	12	12	14	9	12	2.6	58
11	13	8	15	10	13	6.2	58
12	11	9	15	8	13	6.6	50
22	13	12	13	11	11	0.8	59
26	14	12	15	11	13	2.0	52
27	12	10	8	12	13	3.2	24
28	12	8	15	10	13	5.8	33



32	13	10	14	9	14	4.4	39
33	12	12	14	12	12	0.6	57
34	10	11	14	13	12	2.0	56
35	13	8	15	13	14	5.8	57
36	12	9	15	8	9	6.6	55
37	12	8	15	10	12	5.4	55
變異數 $\leq 7$ 平均 $\geq 60$ 成績資料							
編號	國文	英文	數學	社會	自然	學測變異數	微積分平均
1	11	10	11	10	10	0.2	61
2	12	12	12	11	12	0.2	75
3	11	11	10	11	13	1.0	70
4	12	10	15	11	11	3.0	65
10	11	12	15	11	15	3.4	78
13	12	11	15	11	11	2.4	71
14	10	11	14	12	13	2.0	74
15	12	11	14	11	12	1.2	74
16	12	7	15	13	12	7.0	74
17	13	11	14	10	12	2.0	85
18	13	7	14	14	12	6.8	72
19	10	12	15	9	12	4.2	78
21	11	12	12	12	13	0.4	69
23	13	10	14	10	13	2.8	80
24	13	9	12	9	12	2.8	65
29	10	10	14	10	14	3.8	73
30	11	7	10	12	13	4.2	62
31	10	12	14	8	11	4.0	77

註：符號 \* 表示此樣本為離群值，不列入統計。

### 附錄三

在 Matlab 中，將關於研究樣本的學測相關成績與微積分相關成績求得相關係數及 p 值。藉由 p 值，決定變項間的相關是否達既定的顯著水準。

相關係數	會考一	會考二	會考三	會考四	會考五	會考六	平均
國文	-0.0536	-0.0167	-0.0228	0.0471	-0.0225	0.0507	-0.0033
英文	0.1396*	0.1602*	0.1688*	0.1905*	0.1014*	0.1965*	0.1902*
數學	0.0508	0.0008	-0.0163	-0.0471	0.0175	-0.1225*	-0.0216
社會	-0.0231	-0.0059	-0.0410	-0.0216	-0.0704	-0.0187	-0.0382
自然	0.0825*	0.0987*	0.0176	0.0480	0.0012	-0.0217	0.0446
總級分	0.1005*	0.1078*	0.0653	0.0986*	0.0311	0.0442	0.0889*
變異數	-0.0427	-0.0718	-0.0707	-0.0836*	-0.0702	-0.0612	-0.0808*

P 值	會考一	會考二	會考三	會考四	會考五	會考六	平均
國文	0.1899	0.6831	0.5781	0.2493	0.5818	0.2145	0.9349
英文	0.0006	0.0001	0.0000	0.0000	0.0130	0.0000	0.0000
數學	0.2140	0.9835	0.6912	0.2489	0.6693	0.0026	0.5967
社會	0.5725	0.8860	0.3161	0.5980	0.0847	0.6475	0.3502
自然	0.0435	0.0156	0.6677	0.2406	0.9760	0.5965	0.2749
總級分	0.0138	0.0082	0.1101	0.0157	0.4474	0.2794	0.0294
變異數	0.2969	0.0788	0.0836	0.0408	0.0860	0.1345	0.0478

註：符號 \* 表示達 .05 顯著水準。

## 附錄四

前置實驗階段，蒐集樣本資料之問卷格式。

簡易調查（請大一同學填寫）

1 姓名：\_\_\_\_\_ OR  不願透露

2 我是以  推甄  申請  指考分發

管道進入中央大學數學系

3 我的「學測」成績如下：

數學：\_\_\_\_\_

英文：\_\_\_\_\_

國文：\_\_\_\_\_

自然：\_\_\_\_\_

社會：\_\_\_\_\_

OR  沒有參加學測