

國立中央大學

數學系
碩士論文

中國大陸與臺灣中學教材之
平面幾何與坐標幾何分析比較

A Comparative Study of Secondary School Textbooks
on Plane Geometry and Coordinate Geometry
between Mainland China and Taiwan

研究生：宋嘉寧

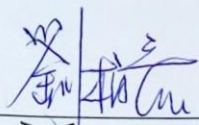
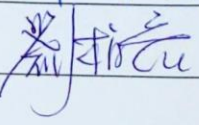
指導教授：單維彰

中華民國 110 年 12 月

國立中央大學碩士班研究生
論文口試委員審定書

數學學系/研究所宋嘉寧研究生所提之論文
中國大陸與臺灣中學教材之平面幾何與坐標幾何分析比較
經本委員會審議，認定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人
委員


張五五
單維朝


中華民國 110 年 12 月 1 日

致謝

時間如白駒過隙，兩年多的研究生生活轉瞬即逝，回顧兩年多在中央的求學經歷，有過迷茫、有過遺憾，但更多的卻是收穫和感動。臺灣學習生活的這段時光，將成為我無法忘記的回憶。在論文完成的過程中，除了自己兩年多來的潛心學習和研究之外，也凝聚了許多人的心血，所以在這裏，我要對幫助我完成學業論文的所有人表示感謝。

首先，我要感謝我的導師單維彰教授，兩年多來，不僅在學業上給我精心指導，同時還在思想生活上給我無微不至的關心。他嚴謹的治學精神，精益求精的工作作風，和張弛有度的生活態度，都深深地影響著我。本論文從選題到最終定稿，單教授都始終給予我耐心的指導和不懈的支持，可以說每一步都是在他的精心指導下完成的，在此向單教授致以最崇高的敬意和真摯的感謝。

其次，還要感謝林欽城教授、方向教授、許玉生教授、葉鴻國教授和黃皓文教授兩年多來對我學業上的指導，不僅讓我學到了專業的知識，他們淵博的知識、獨到的學術見解、對觀點的剖析經常給予我極大的啟示，在此致以最誠摯的謝意。

之後還要感謝玉芬學姐在論文上給予我的建議、幫助和鼓勵，在此也向她致以最衷心的感謝，

另外，我要感謝我的父母，我的家人，是你們在我最困難的時候給予我無私的支持與幫助，給了我克服困難的勇氣，你們永遠是我生命中最重要的人。

最後，感謝來參加論文口試的各位教授，對您付出的時間和辛苦表示誠摯的感謝。

宋嘉寧

2021年12月於國立中央大學

摘要

本論文通過分析比較中國大陸某一版本初、高中數學教材（簡稱中版）與臺灣國中、高中各一版本（簡稱臺版）數學教材之平面幾何與坐標幾何的內容，嘗試找出中學階段兩地教材的異同以及各自的特點，以期為兩地教材的編寫和使用提供彼此參考與借鑒的機會。（中國大陸與臺灣簡稱兩地。）

本研究主要應用文獻研究法、內容分析法及比較研究法，探討中版與臺版平面幾何與坐標幾何內容之編排順序、單元數、頁數、布題數和教學活動數、布題認知需求層次、概念引入方式，以及定理證明方法之差異。此外，並整理未完全對應的章節，也特別討論函數與圖形知識結構上的銜接之情形。

通過比對研究，本論文有以下幾點發現。

其一，在編排順序方面，中版章節間知識編排較為分散，臺版章節間知識編排較為集中。且章節編排順序的不同將導致同一性質、公式之證明方法的不同。

其二，在教材比重方面，在初中階段，中版的相關單元數和頁數之分布比例、相關內容的教學活動數，以及總教學活動數，都比臺版高，而平均每頁布題數則兩者相差不多。在高中階段，兩版相關單元數和頁數之分布比例相差不多，臺版的平均每頁布題數比中版多，中版的相關內容教學活動數、總教學活動數，以及相關分布比例均比臺版多。

其三，在布題認知需求層次方面，兩版教材之布題皆集中在特定題型：不論從整體還是大部分內容類目來看，都集中在無聯繫的程序性問題。

其四，針對本論文研究範圍內的課題，造成兩版教材之章節未完全對應的原因是：知識點之設立與否不影響課程結構，或者相關知識點被安排於教材敘述或例題中，並未設立獨立的章節。

其五，在概念引入的方式上，兩版教材對同一概念的定義敘述大致相同，但對同一概念的引入方式還是區別較大的。其中中版多以數學問題和溫故知新的方式引入，臺版

則多直接引入概念。

其六，在定理證明方面，定義的敘述不同和章節編排順序不同，都會導致章節內的性質、判定和公式的證明方法不同。

其七，在函數與圖形知識結構的銜接方面，中版教材於「一次函數與直線知識結構的銜接性」相較於臺版略感不足，而兩版教材於「二次函數與拋物線知識結構上的銜接性」則各有千秋。

最後，基於兩版教材的差異和各自的特點，可以相互參考借鑒的建議如下。

1. 中版教材可借鑒的做法：增強數學知識內在的完整性；增加例題量，注重知識形成的過程性；增加有聯繫的程序性問題和做數學的問題的習題設置，提高認知需求層次；注重幾何圖形的直觀性；重視資訊技術與教材的融合，培養學生的探究精神和實踐能力；優化初高中數學教材知識結構銜接。

2. 臺版教材可借鑒的做法：增加例習題情景化設置，提高學生解決實際問題的能力；增加教學活動數，提高學生的動手操作能力；增加有聯繫的程序性問題和做數學的問題的習題設置，提高認知需求層次。

關鍵詞：中國大陸、臺灣、中學數學教材、平面幾何、坐標幾何。

Abstract

This thesis analyzes and compares the areas of plane geometry and plane analytic geometry in junior and high school mathematics textbooks from one publisher of Mainland China (hereinafter referred to as the *China edition*) and two publishers of Taiwan (Chinese Taipei, hereinafter referred to as the *Taiwan edition*). Find out the similarities and differences of the textbooks in both editions, and find out their respective advantages and disadvantages, in order to provide reference and reference for the compilation and use of the textbooks in the two places.

This research mainly uses literature research method, content analysis method and comparative research method to explore the differences between Chinese edition and Taiwanese edition in the contents of plane geometry and coordinate geometry in terms of arrangement order, number of units, number of pages, number of topics and teaching activities, level of cognitive needs of topics, concept introduction method, and method of theorem proof. In addition, the chapters that are not completely corresponding are sorted out, and the connection between the function and the figure knowledge structure is also discussed.

Through comparative research, this paper has the following findings.

First, in terms of arrangement order, knowledge arrangement between Chinese edition chapters is more scattered, while knowledge arrangement between Taiwan edition chapters is more concentrated. The different order of chapter arrangement will lead to different proof methods of the same property and formula.

Second, in terms of the proportion of textbooks, in the junior high school stage, the distribution ratio of relevant units and pages, the number of teaching activities related to the content and the total number of teaching activities in the Chinese edition are higher than those of the Taiwan edition, while the average number of questions per page is similar. In the high school stage, the distribution ratios of relevant units and pages in the two editions are similar.

The average number of questions per page in the Taiwan edition is more than that in the Chinese edition, and the number of related content teaching activities, total teaching activities and related distribution ratio in the Chinese edition are more than that in the Taiwan edition.

Thirdly, in terms of the level of cognitive needs for the distributing questions, the distributing questions of the two editions of the textbooks are all concentrated on specific question types: regardless of the overall content or most of the content categories, they are concentrated on unrelated procedural problems.

Fourthly, the reason why the chapters of the two editions of the textbooks are not completely corresponding to the topics within the scope of this thesis are: the establishment of knowledge points does not affect the course structure, or the relevant knowledge points are arranged in the textbook narrative or sample questions, and there is no independent chapter.

Fifth, in terms of the way of concept introduction, the two editions of textbooks have roughly the same definitions and descriptions of the same concept, but the ways of introducing the same concept are still quite different. Among them, the Chinese edition mostly introduces in the way of mathematical problems and reviewing old knowledge, while Taiwan edition mostly introduces directly.

Sixth, in terms of theorem proving, the different descriptions of the definition and the different order of chapters will lead to different methods of proving the properties, judgments, and formulas in the chapters.

Seventh, in terms of the connection between the function and the figure knowledge structure, compared with Taiwan edition, the Chinese edition of "the connection between linear function and linear knowledge structure" is slightly insufficient, while the two editions of "the connection between quadratic function and parabola knowledge structure" have their own strengths.

Finally, based on the differences and characteristics of the two editions of textbooks, the

suggestions for mutual reference are as follows.

1. The Chinese textbooks can be used for reference: To enhance the inherent integrity of mathematical knowledge; increasing the number of examples and focus on the process of knowledge formation; increasing the set of related procedural problems and mathematical problems to improve the level of cognitive needs; paying attention to the intuitiveness of geometric figures; paying attention to the integration of information technology and textbooks, cultivate students' inquiry spirit and practical ability; Optimizing the knowledge structure connection of mathematics textbooks in junior and high schools.

2. Taiwan edition of the textbook can be used for reference: Increasing the situational setting of example exercises to improve students' ability to solve practical problems; increasing the number of teaching activities to improve students' operational ability; increasing the set of exercises related procedural problems and mathematical problems to improve the level of cognitive needs.

Keywords: Mainland China, Taiwan, middle school mathematics textbooks, plane geometry, coordinate geometry.

目錄

摘要.....	iv
ABSTRACT.....	vi
目錄.....	ix
表目錄.....	x
圖目錄.....	xi
第一章 緒論.....	1
第一節 研究背景與動機.....	1
第二節 研究目的與問題.....	3
第三節 名詞釋義.....	4
第四節 研究範圍與限制.....	6
第二章 文獻探討.....	8
第一節 中國大陸與臺灣中學課程標準.....	11
第二節 中學數學教材比較的相關研究.....	13
第三節 平面幾何坐標幾何內容比較的相關研究.....	16
第四節 認知需求層次、概念引入方式及初高中銜接之相關研究.....	20
第五節 文獻綜述小結.....	24
第三章 研究方法.....	26
第一節 研究方法與架構.....	26
第二節 研究對象.....	28
第三節 內容分析之分析單位與類目.....	31
第四節 研資料收集與處理.....	40
第五節 研究流程.....	43
第四章 結果與發現.....	46
第一節 教材章節的編排順序之分析比較.....	46
第二節 單元數、教材頁數、布題數和教學活動數之分析比較.....	51
第三節 教材布題認知需求層次之分析比較.....	56
第四節 未完全對應的章節.....	60
第五節 概念引入方式之分析比較.....	70
第六節 性質、判定、公式證明方法之分析比較.....	80
第七節 函數與圖形知識結構上的銜接.....	91
第五章 結論與建議.....	97
第一節 結論.....	97
第二節 兩地中學數學教材的編寫建議.....	104
第三節 研究展望.....	107
參考文獻.....	108

表目錄

表 2-1	兩地初中《標準》和《綱要》對三角形的內容要求.....	9
表 2-2	兩地高中《標準》和《綱要》對直線和圓的方程的內容要求.....	11
表 2-3	《標準》和《綱要》在研究範圍內的要求差異.....	12
表 3-1	兩地中學主題類目分類表.....	33
表 3-2	布題認知需求層次評分者間相互同意值及信度結果.....	42
表 4-1	兩地中學數學教材章節的編排順序.....	46
表 4-2	兩版中學數學教材單元數、教材頁數、布題數和教學活數.....	52
表 4-3	中版初中數學教材布題認知需求層次.....	56
表 4-4	臺版初中數學教材布題認知需求層次.....	57
表 4-5	兩版初中數學教材布題認知需求層次.....	58
表 4-6	中版高中數學教材布題認知需求層次.....	58
表 4-7	臺版高中數學教材布題認知需求層次.....	59
表 4-8	兩版高中數學教材布題認知需求層次.....	59
表 4-9	兩版中學數學教材下未完全對應的章節.....	60
表 4-10	兩版中學數學教材概念引入方式.....	70
表 4-11	兩版中學數學教材概念引入方式次數.....	80

圖目錄

圖 3-1	研究架構圖	28
圖 3-2	量化分析單位之樣題 1	32
圖 3-3	量化分析單位之樣題 2	33
圖 3-4	「記憶性問題」之樣題	37
圖 3-5	「無聯繫的程序性問題」之樣題 1	38
圖 3-6	「有聯繫的程序性問題」之樣題	38
圖 3-7	「做數學的問題」之樣題	39
圖 3-8	「無聯繫的程序性問題」之樣題 2	39
圖 3-9	研究流程圖	45
圖 4-1	中版教材之二元一次方程式解的圖形及幾何意義	61
圖 4-2	臺版教材之二元一次方程式的圖形	62
圖 4-3	中版教材之角的單位與換算制度與角的比較方法	62
圖 4-4	中版教材之等邊三角形的性質和判定方法	63
圖 4-5	中版教材之直角三角形的邊角關係性質定理	63
圖 4-6	臺版教材之梯形的各部分名稱	64
圖 4-7	臺版教材之梯形中線的性質	64
圖 4-8	臺版教材之等腰梯形的性質等	64
圖 4-9	臺版教材之弧的度數的定義	65
圖 4-10	中版教材之正多邊形與圓的各部分名稱	65
圖 4-11	中版教材之平行線分線段成比例之探究	66
圖 4-12	臺版教材之平行線截比例線段之探索活動	67
圖 4-13	臺版教材之比例線段成比例判定兩直線平行	67
圖 4-14	臺版教材之分點公式 1	68
圖 4-15	臺版教材之分點公式 2	68
圖 4-16	臺版教材之判定點與圓位置的方法	69
圖 4-17	臺版教材之求圓內、外一點到圓上點的最長或最短距離的方法	69
圖 4-18	中版教材之判別圓與圓的位置關係的方法	70
圖 4-19	中版教材之平行線概念的引入	71
圖 4-20	中版教材之外角概念的引入	72
圖 4-21	中版教材之軸對稱圖形概念的引入	72
圖 4-22	中版教材之平行四邊形概念的引入	73
圖 4-23	中版教材之中心對稱概念的引入	74
圖 4-24	中版教材之相似圖形概念的引入	74
圖 4-25	中版教材之斜率概念的引入	75
圖 4-26	中版教材之橢圓概念的引入	75
圖 4-27	臺版教材之平行線概念的引入	76
圖 4-28	臺版教材之外角概念的引入	77
圖 4-29	臺版教材之線對稱圖形概念的引入	77

圖 4-30	臺版教材之平行四邊形概念的引入.....	78
圖 4-31	臺版教材之點對稱概念的引入.....	78
圖 4-32	臺版教材之相似圖形概念的引入.....	78
圖 4-33	臺版教材之斜率概念引入.....	79
圖 4-34	臺版教材之橢圓概念的引入.....	79
圖 4-35	中版教材平行線的判定定理的說明.....	81
圖 4-36	臺版教材平行線的判定定理的證明.....	82
圖 4-37	中版教材平行線的性質定理的說明.....	82
圖 4-38	臺版教材平行線的性質定理的證明.....	83
圖 4-39	中版教材三角形內角和定理的證明.....	84
圖 4-40	中版教材直角三角形之全等判定定理的證明.....	84
圖 4-41	臺版教材直角三角形之全等判定定理的證明.....	85
圖 4-42	中版教材 SSS 的判定定理的證明.....	86
圖 4-43	臺版教材 SSS 的判定定理的證明.....	86
圖 4-44	中版教材兩點間距離公式的推導.....	87
圖 4-45	臺版教材兩點間距離公式的推導.....	88
圖 4-46	中版教材兩條直線平行的判定和性質定理的證明.....	89
圖 4-47	臺版教材兩條直線平行的判定和性質定理的說明.....	89
圖 4-48	中版教材兩條直線垂直的判定和性質定理的證明.....	90
圖 4-49	臺版教材兩條直線垂直的判定和性質定理的證明.....	90
圖 4-50	中版初高中數學教材一次函數與直線的知識結構圖.....	92
圖 4-51	臺版初高中數學教材一次函數與直線的知識結構圖.....	93
圖 4-52	中版初高中數學教材二次函數與拋物線的知識結構圖.....	94
圖 4-53	臺版初高中數學教材二次函數與拋物線的知識結構圖.....	96

第一章 緒論

本章首先說明本研究的背景與動機，其次為本研究的目的與問題，之後對研究中出現的特定專有名詞進行解釋說明，最後說明此研究的範圍與限制。

第一節 研究背景與動機

教育是增強國家競爭力的重要機制，提高教育品質已成為全世界關注的議題（例如聯合國永續發展目標 4：優質教育）。教材在學校教育中具有不可替代的地位與作用，它是國家意志、民族文化、學科發展水準的綜合體現，是課程實施的載體，是教學、考試的重要依據，是讀者最多、又最被讀者看重的文本。許多研究更明確指出，在一般教學科目的學習上，使用教科書占班級學習時間的比例，最低者達 75%，最高者甚至達 90%（Duke, 1985; Goodlad, 1984）。

教材是學生獲取知識的主要來源和教師教學的主要依據，是制約教學成敗的關鍵之一（邵瑞珍，1997；鐘啟泉，2006）。教材內容的變化，是課程標準變化的最直接體現，反映出基礎教育課程改革的變化，反過來也影響課程改革的發展方向，其品質的優劣，直接關係到課程能否有效實施。另外，Schmidt 等人（1999）根據國際教育成就評價協會（the International Association for the Evaluation of Educational Achievement，簡稱 IEA）發起並組織的國際數學與科學教育成就趨勢調查（The Trends in International Mathematics and Science Study，簡稱 TIMSS）的成果報告，進行後續研究發現：課程與學習成就呈現正向關係。由此可見，對教材的研究至關重要。

世界各國，甚至同一國家不同地區之間，有其自身的歷史背景、文化背景、政治經濟文化特色、以及不同的宗教信仰和教育環境，數學課程改革所關注的內容、焦點、本質、進程、特色、模式、影響及發展等方面都會因這些眾多因素的不同而呈現出不同的特色和價值取向（王承旭，1999）。而教材作為課程的重要組成部分，是課程理念、課程目標和課程內容最直接的體現，任何版本的教材都有它自身的特色和優點，也相應地也有一定的差異和不足。同時學者也主張，進行跨國教科書的比較，可以瞭解不同國家學生數學思維的發展（Ding & Li, 2010），以及思考如何提供學生更好的數

學學習與發展機會，故在國際視野下進行數學教材的比較研究是很有必要的。

中國大陸和臺灣同樣傳承於儒家文化，因此社會價值觀和教育環境等方面存在諸多的相似之處。但是由於臺灣在 1950—80 年代與西方國家接觸交流較多，比大陸先吸收歐美及其他東亞國家的教育經驗，因此臺灣教材不僅帶有中國傳統元素，可能也融入了歐美、日本等國家教材的理念，在教育觀念方面和大陸地區還是有所區別的，所以對於數學課程的教材內容以及教學方法有所不同。因此研究者認為比較兩地的數學教材，仍是有意義的研究項目。

幾何是研究空間結構及性質的數學次領域，它是數學最基本的內容之一，與算術、代數、分析等次領域具有同樣重要的地位，並且與它們的關係極為密切。幾何不僅具有廣泛的應用性，還與哲學、美學等領域緊密相連。在基礎數學教育中，幾何內容佔據著重要地位。幾何主要有兩個發展方向：一是以古希臘數學家歐幾裏得《幾何原本》為代表的演繹幾何學；二是文藝復興時期，笛卡耳基於數量標記幾何而創立的坐標幾何（謝小明，2014）。最早的幾何學當屬平面幾何，平面幾何指按照歐幾裏得《幾何原本》構造的幾何學，也稱歐氏幾何。平面幾何研究的是平面上的直線和二次曲線的幾何結構和度量性質。長期以來，平面幾何課程就肩負著培養邏輯思維能力的責任，這種責任並不會由於數學教育的改革而消失（王建明，張思明，2001）。學習平面幾何有利於提高學生的幾何直觀能力，和綜合應用幾何方法處理問題的能力。平面幾何是初中階段數學學習的核心內容之一，也是最大的學習難點之一。為降低採用傳統平面幾何解題的思維難度，十七世紀的學者想出一種研究幾何問題的新方法—坐標幾何。坐標幾何的實質是用代數方法解決幾何問題（傅志強，2010）。坐標幾何在現行的高中數學教材中有著舉足輕重的地位，它對學生數形結合的能力培育有著潤物無聲的作用（楊海麗，2018）。總之，平面幾何和坐標幾何在中學數學中有重要地位，對其進行研究有重大意義。

就研究者掌握的資料來看，針對平面幾何與坐標幾何內容而言，當前對兩地中學數學教材的研究還比較缺乏。初步檢視之後，顯示兩地在此內容範圍的教材，無論是編排順序、知識點分布，乃至布題難度，都有一定程度的差別。因此研究者認為比較兩地的平面／坐標幾何教材，是一個有價值的研究項目；特別是本研究可以協助釐清兩地如何選擇適當的平面幾何內容，使其一方面完成它本身「培養邏輯思維能力」的教育目標，

另一方面達成它「銜接坐標幾何思維方法」的功能。

許多研究指出，透過跨國性教科書內容的比較，可以讓大眾深入瞭解各國數學教科書在內容編排與設計之差異與優缺點，進而作為未來教科書編修或發展新教科書之參考依據(陳仁輝、楊德清, 2010; Fan, Zhu, & Miao, 2013; Hiebert et al., 2003; Stein et al., 2007; Stigler & Hiebert, 2004; Tarr et al., 2008)，或者藉著跨國比較而闡明教科書對教師教學與學生學習的影響(徐偉民, 2013; 吳麗玲、楊德清, 2007; Son & Senk, 2010)。本研究欲通過選取中國大陸和臺灣在中學階段——包括初級中學和高級中學——具代表性的教材各一套，以期透過幾何教材的內容分析比較，發現兩地教材安排的特點，重點是可以發現兩地教育的優點以及不足，從中汲取經驗而彌補不足，進而對兩地數學課程規劃、教材編寫的持續改善，以及對一線教師使用教材的教法，提供參考，進而推動兩地教育事業的發展。

第二節 研究目的與問題

基於以上研究動機，本研究將主要對中國大陸和臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何的內容進行分析比較，希望研究之結果不僅能為大陸教材編寫提出建議，也能對臺灣教材的編寫建言獻策，還能为廣大一線教師，提供一個瞭解其他版本平面幾何與坐標幾何教材的機會，為其在進行教學時合理汲取不同版本教材中的優點提供一點借鑒。

因此，本研究之初步研究目的為探討中國大陸和臺灣中學階段數學教材中，平面幾何與坐標幾何內容編排順序、單元數、頁數、布題數、教學活動數的量化比較，辨識出未完全對應的章節，並特別關注於論述同一定理證明的方法差異。但在流覽部分文獻及與指導教授討論過後，發現對布題認知需求層次和概念引入方式之差異，也有研究的必要。最後，在閱讀完所有教材後，研究者發現另一項需要特別注意的課題——函數與圖形知識結構上的銜接情形。

根據以上所列之目的，本研究欲探討之問題如下。

- 一、中國大陸與臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容，編排順序之差異為何？
- 二、中國大陸與臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容，占比差異為何？

- 三、中國大陸與臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容，布題認知需求層次之分布狀況如何？差異為何？
- 四、中國大陸與臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容，未完全對應的章節為何？
- 五、中國大陸與臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容，概念引入方式之差異為何？
- 六、中國大陸與臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容，重要性質之定理證明方法差異為何？
- 七、中國大陸與臺灣中學數學教材，如何銜接函數與圖形的知識結構？差異為何？

第三節 名詞釋義

本節針對本研究幾個重要名詞：「教材」、「中學」、「坐標幾何」、「概念」、「教材概念引入」，和「銜接」進行說明。

一、教材

教材一般有兩種解釋：（一）根據一定學科的任務，編選和組織具有一定範圍和深度的知識和技能的體系，一般以教科書的形式來具體反映。（二）教師指導學生學習的一切教學材料：包括教科書、講義、講授提綱、參考書刊、輔導材料以及教學輔助材料（如圖表、教學影片、音訊等）。其中，教科書、講義，和講授提綱是教材整體中的主體部分（董純才，1985）。從這一定義中可以看出教材分為廣義和狹義兩種，廣義的教材包括教科書、講義、教授課綱、參考書、活動指導書以及各種試聽材料，而狹義的教材是指課程資源的核心部分——教科書。本研究選取的是教材的狹義的概念，選用中國大陸與臺灣在初級、高級中學的教材進行研究。

二、中學

百度百科中，中學分為初級中學與高級中學，屬於中等教育的範疇。在許多國家，初級中學一般是指義務教育的中學，而高級中學是指非義務教育階段的中學。本論文所

謂的中學是指中國大陸的初中和高中、臺灣的國中和高中。特別說明本論文將一律用初中代指國中。兩地的初中都是 7—9 年級，高中都是 10—12 年級。

三、課程標準（綱要）

課程標準是規定某一學科的課程性質、課程目標、內容目標、實施建議的教學指導性檔。課程綱要，是制定學校課程教學、教科書與升學考試的重要依據。標準與綱要相比，在課程基本理念、課程目標、課程實施建議等幾部分闡述的更為詳細、明確，特別是提出了面向全體學生的學習基本要求。而綱要相較於標準則不再強調怎麼做，而是建議怎麼做，給編寫教材留出較大的空間。

本研究選用的是中國大陸《義務教育數學課程標準（2011 年版）》和《普通高中數學課程標準（2017 年版 2020 年修訂）》，及臺灣《十二年國民基本教育課程綱要（2018）》。

四、坐標幾何

坐標幾何是一種藉助於解析式進行圖形研究的幾何學分支，包括平面坐標幾何和立體坐標幾何兩部分。通常使用二維的平面直角坐標系研究直線、圓、圓錐曲線、擺線、星形線等各種一般平面曲線，使用三維的空間直角坐標系來研究平面、球等各種一般空間曲面，同時研究它們的方程，並定義一些圖形的概念和參數。

本研究之「座標幾何」專指平面上的直角坐標系，不延伸到任意座標，因此不涉及線性代數。此外，本研究不包含平面向量，因此也不涉及「銜接」座標平面與向量方法的三角比／三角函數。

五、概念

數學概念來自直觀的日常經驗和人類實踐的實際經驗，是在需要的基礎上產生的。數學概念是反映事物本質屬性的一種思維形式，是構成命題、推理等的基礎（沈超，2012；宋琳琳，2015）。數學概念一般是運用定義的形式來揭露其本質屬性的；有很多數學概念是需要經過長期的研究，最後才會以定義的形式表現出來。例如「函數」是一個概念，常見的定義為：「在一個變化過程中如果有兩個變數 x 與 y ，並且對於 x 的每一個確定的值， y 都有唯一確定的值與其對應，那麼我們就說 y 是 x 的函數」。定義是可以準確

表達數學概念的一種常用的方式。

幾何概念包含於數學概念，與數學概念具有相同的含義。幾何概念反映的是幾何圖形的本質屬性。例如「平行四邊形」是一個幾何概念，其常見的定義為：「兩組對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形」。

六、教材概念引入

概念引入是概念學習的開始，為學生創造概念學習的環境，學生在這種「環境」中引導學生自主地分析、比較、綜合、抽象出概念的本質屬性的過程（張瀟瀟，2013）。教材中的概念引入是站在學生「學」的立場上考慮，以學生為主體，為學生提供學習環境，讓學生處於一種問題情境中，促使學生自主去分析、比較、綜合、抽象出概念（張奠宙，1994）。不同於概念教學中的概念引入，它的地位與作用與教材在教學中的地位與作用密切相關。關於本論文概念引入方式的詳細介紹，將安排於第三章研究方法中。

七、銜接

在《現代漢語詞典》中，「銜接」意為「事物相連接」。蔡春美（1993）認為，所謂「銜接」意指兒童在成長過程中，從一個較基礎的求學場所轉入另一個較高層次的求學場所。嚴學怡（2000）把銜接定義為在正規教育中不同等級學制之間的連接，學生通過各種銜接的學制可以提高學歷等級。幹薇（2006）指出銜接表現在各個教育階段內部學習材料內容存在相互的聯繫。謝金芮（2014）在其學位論文中寫道：銜接為兒童在成長過程中，從一個學段轉入另一個學段，將兒童已有知識同即將學習的知識首尾相接，克服其不連續性，實現知識體系協調一致的、連貫統一的策略。

本論文所關注的銜接，就宏觀而言是平面幾何至坐標幾何的銜接，就微觀而言主要是初中一次函數和二次函數教材與高中直線和拋物線教材，在不同學段與學習內容之間的聯繫。

第四節 研究範圍與限制

本研究為探討中國大陸和臺灣中學數學教材中，平面幾何與坐標幾何內容之編排順

序、單元數、頁數、布題數和教學活動數、布題認知需求層次、概念引入方式，和定理證明方法之差異，與未完全對應的章節，以及函數與圖形知識結構上的銜接之情形。故本研究之研究範圍與限制如下。

- 一、因中國大陸和臺灣數學教材都服從「一綱多本」，即同一課綱下，多本教材並行，導致教材版本眾多。因為時間有限，也考慮到同一地區內各版本教材之間的比較，並非本研究的主旨，所以研究者將針對兩地選取數學教科書各一套進行研究。其他版本之數學教材及教師教學用書（教參）、講義等，均不在研究範圍內。
- 二、本研究進行時，中國大陸高中和臺灣中學數學教材都處於改版期，研究者進行分析時，臺灣 9 年級第二學期的教科書尚未編寫完成，因此以一份舊版教科書代替（它符合臺灣 97 年版九年一貫數學課程綱要）。另，考慮到兩地高中階段修課的規則不同，本研究僅考慮高考／大考範圍內的教材，而且是較為「共同基礎」的教材。因此，在中國大陸選擇必修和選擇性必修部分的教材，在臺灣選擇 10 年級必修及 11 年級 B 版必修的教材。
- 三、由於地域限制，研究以調查純文本研究為主，未能走進大陸和臺灣中學數學的課堂，進行實際的課堂觀察。
- 四、由於兩地的教科書都符合課綱，而課綱大約每十年修訂一次，而且歷時性的縱貫比較並非本研究之主旨，所以沒有必要參考很早以前的教材研究。研究者僅針對近 20 年的文獻進行查閱整理。且因關注的對象是共同使用中文的兩地，所以僅考察中文文獻，不包含外文文獻。
- 五、從中國大陸的《標準（2011）》和臺灣的《綱要（2018）》可以看出，三角函數可以被視為坐標幾何的相關內容，但根據前面「坐標幾何」的名詞釋義，本研究不列入三角比／三角函數。具體來說，本研究不包含 C8 下第二十八章「銳角三角函數」、C10 上第五章「三角函數」，以及 T9 上第一章「比例線段與相似形」之第四節「相似形的應用」中，關於直角三角形的相似及應用，也不包含 T10 下第一章「三角比及其應用」。（前述編號請看第三章。）

第二章 文獻探討

本研究的主要目的在探討中國大陸和臺灣中學數學教材中，平面幾何與坐標幾何內容之編排順序、單元數、頁數、布題數和教學活動數、布題認知需求層次、概念引入方式，和定理證明方法之差異，另及未完全對應的章節和函數與圖形知識結構上的銜接之情形。因此本章探討相關文獻共分為4節，分別為第一節中國大陸和臺灣中學課程標準，第二節中學數學教材比較的相關研究，第三節平面幾何與坐標幾何內容比較的相關研究，和第四節認知需求層次、概念引入方式及初高中銜接的相關研究。

第一節 中國大陸與臺灣中學課程標準

本研究的目的是探究中國大陸和臺灣中學數學教材中的差異。課程標準是教材編寫的依據，教材內容的選擇應符合課程標準的要求。由 Fan、Zhu 與 Miao (2013) 的研究可以知道，國家的數學課程標準或綱要會對數學教科書的內容及編排有極深的影響。因此本節將對兩地中學《標準》和《綱要》之平面幾何與坐標幾何的內容要求的異同進行歸納整理，以對兩地教材在該主題之編排脈絡有整體的把握。

中國大陸的課程標準分為小學和初中使用的《義務教育數學課程標準(2011年版)》(以下簡稱《標準(2011)》)和高中使用的《普通高中數學課程標準(2017年版2020年修訂)》(以下簡稱《標準(2020)》)兩本(以下一併簡稱《標準》)。臺灣小學、初中，和高中共用一本課程綱要，即為《十二年國民基本教育課程綱要(2018)》(以下簡稱《綱要(2018)》或《綱要》)。《標準》和《綱要》關於內容要求、課程選修規則和教材名稱的內容詳見附錄。

從中學部分的《標準》和《綱要》對平面幾何與坐標幾何內容的內容要求的覆蓋面可以看出，兩地都包含「簡單圖形」、「三角形」、「四邊形」、「多邊形」、「圓」、「圖形的變化」、「坐標幾何初步」、「直線與圓的方程」，和「圓錐曲線」等9個主題的內容，且對大部分主題的具體知識點的內容要求也大致相同，以兩地《標準》和《綱要》對三角形的內容要求為例，列舉對照於表2-1。

表 2-1 兩地初中《標準》和《綱要》對三角形的內容要求

《標準（2011）》	《綱要（2018）》
<p>① 理解三角形及其內角、外角、中線、高線、角平分線等概念，瞭解三角形的穩定性¹。</p>	<p>內角與外角的意義； 角平分線的意義。</p>
<p>② 探索並證明三角形的內角和定理。掌握它的推論：三角形的外角等於與它不相鄰的兩個內角的和。證明三角形的任意兩邊之和大於第三邊。</p>	<p>凸多邊形的內角和公式； 三角形兩邊和大於第三邊； 外角等於其內對角和。</p>
<p>③ 理解全等三角形的概念，能識別全等三角形中的對應邊、對應角。</p>	<p>三角形的全等性質：三角形的全等判定（SAS、SSS、ASA、AAS、RHS）； 全等符號（\cong）。</p>
<p>④ 掌握基本事實：兩邊及其夾角分別相等的兩個三角形全等。</p>	
<p>⑤ 掌握基本事實：兩角及其夾邊分別相等的兩個三角形全等。</p>	
<p>⑥ 掌握基本事實：三邊分別相等的兩個三角形全等。</p>	
<p>⑦ 證明定理：兩角分別相等且其中一組等角的對邊相等的兩個三角形全等。</p>	
<p>⑧ 探索並掌握判定直角三角形全等的「斜邊、直角邊」定理。</p>	<p>等腰三角形兩底角相等； 平面圖形的面積：正三角形的高與面積公式，及其相關之複合圖形的面積。</p>
<p>⑨ 瞭解等腰三角形的概念，探索並證明等腰三角形的性質定理：等腰三角形的兩底角相等；底邊上的高線、中線及頂角平分線重合。 探索並掌握等腰三角形的判定定理：有兩個角相等的三角形是等腰三角形。</p>	

¹ 三角形的穩定性即三角形木架的形狀不會改變，而四邊形木架的形狀會改變。這也就是說，三角形是具有穩定性的圖形，而四邊形沒有穩定性。

<p>探索等邊三角形的性質定理：等邊三角形的各角都等於 60°，及等邊三角形的判定定理：三個角都相等的三角形（或有一個角是 60° 的等腰三角形）是等邊三角形。</p>	
	<p>非等腰三角形大角對大邊，大邊對大角；</p>
<p>⑩ 瞭解直角三角形的概念，探索並掌握直角三角形的性質定理：直角三角形的兩個銳角互餘。掌握有兩個角互餘的三角形是直角三角形。</p>	
<p>11 探索畢氏定理及其逆定理，並能運用它們解決一些簡單的實際問題。</p>	<p>畢氏定理：畢氏定理（勾股弦定理、商高定理）的意義及其數學史；畢氏定理在生活上的應用；三邊長滿足畢氏定理的三角形必定是直角三角形。</p>
<p>12 瞭解三角形重心的概念。</p>	<p>三角形的重心：重心的意義與中線；三角形的三條中線將三角形面積六等份；重心到頂點的距離等於它到對邊中點的兩倍；重心的物理意義。</p>
<p>13 瞭解相似三角形的判定定理：兩角分別相等的兩個三角形相似；兩邊成比例且夾角相等的兩個三角形相似；三邊成比例的兩個三角形相似。瞭解相似三角形判定定理的證明。</p>	<p>三角形的相似判定（AA、SAS、SSS）。</p>
<p>14 瞭解相似三角形的性質定理：相似三角形對應線段的比等於相似比；面積比等於相似比的平方。</p>	<p>對應邊長之比＝對應高之比； 對應面積之比＝對應邊長平方之比。</p>
<p>15 會利用圖形的相似解決一些簡單的實際問題。</p>	<p>利用三角形相似的概念解應用問題。</p>
<p>16 知道三角形的內心和外心。 （作者注：大陸對「三心」寫得非常簡單，不包含三角形面積的求法、直角三角形內切圓半徑等內容；相</p>	<p>外心的意義與外接圓； 三角形的外心到三角形的三個頂點等距； 三角形的內心：內心的意義與內切圓；</p>

對地，臺灣寫得非常詳細。)	三角形的內心到三角形的三邊等距； 三角形的面積 = 周長 × 內切圓半徑 ÷ 2； 直角三角形的內切圓半徑 = (兩股和 - 斜邊) ÷ 2。
---------------	---

從上表可以看到，兩地初中階段的《標準》和《綱要》對三角形的知識點的內容要求僅在等邊三角形的性質定理、直角三角形的性質定理，和三角形三心部分有所不同。中國大陸《標準》包含臺灣《綱要》中沒有的：三角形的穩定性、等邊三角形的性質定理、直角三角形的性質定理等；而臺灣《綱要》包含中國大陸《標準》中沒有的：三角形重心的性質、圓內切三角形的面積等。

除三角形外，兩地《標準》和《綱要》對簡單圖形、圓、坐標幾何初步的具體知識點的內容要求也基本相同，但對四邊形、多邊形、圖形的變化、直線和圓的方程，和圓錐曲線的具體知識點的內容要求，則存在較大差異。以兩地《標準》和《綱要》對直線和圓的方程的內容要求為例，列舉對照於表 2-2。

表 2-2 兩地高中《標準》和《綱要》對直線和圓的方程的內容要求

《標準（2020）》	《綱要（2018）》
① 在平面直角坐標系中，結合具體圖形，探索直線位置的幾何要素。	
② 理解直線的傾斜角和斜率的概念，經歷用代數方法刻畫直線斜率的過程，掌握過兩點的直線斜率的計算公式。	斜率，其絕對值的意義
③ 能根據斜率判定兩條直線平行或垂直。	平行線、垂直線的方程式。
④ 根據確定直線位置的幾何要素，探索並掌握直線方程的幾種形式（點斜式、兩點式及一般式）。	點斜式
⑤ 能用解方程組的方法求兩條直線的交點坐標。	二元一次聯立方程式的幾何意義： $ax + by = c$ 的圖形； $y = c$ 的圖形（水平

	線)； $x=c$ 的圖形(鉛垂線)；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。
⑥ 探索並掌握平面上點到直線距離公式，會求兩條平行線間的距離。	點到直線的距離， 平行線的距離、二元一次不等式。
⑦ 回顧確定圓的幾何要素，在平面直角坐標系中，探索並掌握圓的標準方程與一般方程。	圓的標準式。
⑧ 能根據給定直線、圓的方程，判斷直線與圓、圓與圓的位置關係。	圓的切線， 圓與直線關係的代數與幾何判定。
⑨ 能用直線和圓的方程解決一些簡單的數學問題與實際問題。	

從上表可以看到，兩地高中階段的《標準》和《綱要》對直線和圓的具體知識點的內容要求，存在較大差異。中國大陸《標準》包含臺灣《綱要》中沒有的：直線的傾斜角、直線方程的幾種形式、圓與圓的位置關係等；而臺灣《綱要》包含中國大陸《標準》中沒有的：斜率絕對值的意義、二元一次不等式等。

除此之外《標準》和《綱要》對簡單圖形、四邊形、多邊形、圓、圖形的變化、坐標幾何初步，和圓錐曲線等具體知識點的內容要求差異，整理如表 2-3。

表 2-3 《標準》和《綱要》在研究範圍內的要求差異

中國大陸《標準》有 臺灣《綱要》沒有	臺灣《綱要》有 中國大陸《標準》沒有
① 角的運算。 ② 四邊形的不穩定性。 ③ 多邊形的外角和公式。 ④ 正多邊形與圓的關係。 ⑤ 中心對稱的性質、平移的性	① 比例線段的應用和判定。 ② 箏形和梯形的性質定理。 ③ 多邊形全等的判定。 ④ 箏形的線對稱性。

質。 ⑥ 用坐標表示平移、位似 ² 圖形的對應點的坐標變化。	
⑦ 橢圓、拋物線與雙曲線的定義；橢圓、拋物線的簡單應用。	（作者注：臺灣關於圓錐曲線的內 容，安排在 11 年級 B 類必修，和 12 年級選修《數學甲》，但兩者的 教學目標頗有差距。）

第二節 中學數學教材比較的相關研究

由於各個國家、地區的文化、歷史、生活方式、教學理念等存在明顯差異，所以數學教材的編寫也會具有不同的風格特點，通過對當代國內外有關數學教材比較的相關研究，可以找出數學教材編寫的相同之處與各自的特點，以便根據本國的現實基礎取長補短，為數學教材改革的提供有力借鑒。因此對不同國家的數學教材的比較研究很有必要。中外數學教材比較主要是在不同國家選取相同學習階段的教材進行比較，突出各自的數學思想、數學理念（王承旭，1999）。本節將已檢索到的有關數學教材比較方面的期刊論文等文獻資料進行歸納整理，分為以下兩個方面：一、國內外初中數學教材的比較研究。二、國內外高中數學教材的比較研究。對以上文獻進行歸納整理並與教授討論後，確定本研究大致的目的與問題。

一、國內外初中數學教材的比較研究

胡莉莉（2008）在《中美初中數學教材難度的比較研究——以我國人教版和美國 Prentice Hall 教材為例》論文中，選取中國大陸人教版初中數學教材和美國 Prentice Hall 版初中數學教材為研究對象，採用史寧中教授建立的「難度係數模型 $N = \alpha \frac{S}{T} + (1-\alpha) \frac{G}{T}$ 」和鮑建生建立的由探究、背景、運算、推理，和知識含量五個因素構成的習題綜合難度模型，分別對中美新課程背景下的初中數學教材部分相應內容進行量化分析，從而得出「在內容難度方面，我國在代數內容之一元一次方程、一元二次方程和二次函數，幾何

² 位似是特殊的相似，位似變換也叫做縮放。

內容之三角形和四邊形，以及統計與概率方面的難度係數均低於美國；在題目難度方面，代數題和幾何題在五個難度因素上的難度均高於美國，故數學題綜合難度要高於美國教材」的結論。中國大陸數學教材內容難度較美國低，習題難度卻較高的現象，可能也適用於臺灣的數學教材。但因本研究並未與美國教材做比較，而且並未測量難度，所以只是臆測。

李開慧（2005）在《關於中馬初中數學教材的比較研究》論文中，選取中國大陸人教版初中數學教材和馬來西亞全國華文獨立中學工作委會編纂版初中數學教材為研究對象，主要對中馬兩國初中數學教材的教材編排體系、教材內容、教材編寫特點等方面進行了對比分析，得到「中方教材追求數學定義的精確化、嚴格化。馬方教材更適合初中學生的認知水準，更注重教學內容與實際生活的聯繫，使學生容易理解並提高運用所學知識的能力。在教材編寫方面，中方偏重數學學科特點，偏重推理證明，偏重知識效率；而馬方偏重學生學習特點，偏重實際計算，偏重知識的廣泛性」的結論。

二、國內外高中數學教材的比較研究

姚雪（2010）在《上海、香港、新加坡高中數學教科書的比較研究》論文中，分別選取了地處於東亞，經濟實力相對發達的三個地區——上海、香港、新加坡——當時的高中數學教科書作為研究對象，採用了內容分析法和比較研究法，從教科書的內容特性、組織特性、教學特性三個方面，對這三套教科書進行了靜態文本分析。研究表明：

- （一）在內容特性上，上海、香港教材中所涉及的知識點較多，更關注與實際生活相關的內容和跨學科性的內容，香港、新加坡教材更多關注資訊技術在教學中的應用；
- （二）在組織特性上，上海教科書更關注同一主題內、不同主題間的聯繫，香港教材內容的編排上是螺旋上升的形式，而新加坡教材中知識體系卻相對較為獨立，以模組的形式呈現；
- （三）從教學特性上來看，上海、香港教科書對課文、習題等欄目的設計比較豐富和完整，而新加坡教科書比較傳統單一；香港教科書的訓練系統比較完整，為不同

需求的學生提供了不同難度、不同性質的習題，非常適合學生自學；上海、香港教科書都很重視數學閱讀，而新加坡對此體現不足。

黃倩（2013）在《臺灣地區和大陸地區高中數學教材的比較研究》論文中，選取中國大陸人教版和臺灣翰林版高中數學教材為研究對象，採用了文獻法、比較法以及內容分析法從數學課程標準和數學教材兩方面來進行比較研究。其中在數學課程標準方面，主要從課程目標、選修規則、教材名稱、課程內容四個方面進行比較研究。在數學教材方面，主要從教材結構、教材內容、例題與習題的設置、圖文版面進行比較研究。研究發現：兩個地區的教材結構有類似的部分，但是翰林版教材主要採用的是章，節的二級結構，人教版教材主要採用的是章，節，課時的三級結構。並且人教版教材中有較多的「思考」，「探究」等活動欄目，十分注重啟發引導性。

- （一）兩個版本的教材對於同一內容的研究方式、深度，和廣度是不太一樣的，例如向量，圓錐曲線，微積分的內容。
- （二）翰林版教材更注重例題的展示，採用一例一練的模式，而人教版教材更注重學生的動手練習。兩套教材的題目都關注數學與其他學科，數學與實際生活的聯繫。
- （三）兩套教材都配以較多的圖片，圖示以吸引學生的注意。翰林版教材主要呈現一種清新活潑的版面，而人教版教材主要呈現一種嚴謹肅靜的版面。

何亮亮（2013）在《我國大陸與臺灣高中數學教材的比較研究——以人教 A 版與南一版為例》論文中，選取人教 A 版與南一版高中數學教材為研究對象，通過文獻研究法、比較研究法、文本分析法、統計法等研究方法，從教材的編寫理念、編排體例、知識系統、助讀系統、例習題系統五個方面做了定性和定量相結合的比較研究，發現人教 A 版教材更關注學生的學習方式、注重「雙基」，注重向生活的遷移。在內容的選取上，人教 A 版教材重視傳統數學內容的選擇，但是教材中知識點的總量較少。助讀系統中，人教 A 版教材無論插圖的數量還是插圖密度都較大，而且版面設計美觀大方、欄目類型豐富、批註語言生動、編排比較有特色。例習題系統中，例題和練習題的數量較多，習題和複習題的數量較少，例習題的類型豐富。南一版教材更關注課程的時代性、前瞻性，和銜接性，注重知識的過程性學習。在內容的選取上，南一版教材重視注現代化數學內

容的選擇，而且教材中知識點的總量較多。助讀系統中，南一版教材的插圖數量和密度都較小，引言、欄目、批註等方面的設計較差。例習題系統中，例題和練習題的數量較多，而習題和復習題的數量較少，例習題的類型單一。

綜上所述，關於中學數學教材的國際比較研究，主要以幾個主要的發達國家還有幾個與中國大陸比鄰的亞洲國家的對比為主，從中學數學教材的比較研究成果來看，目前教材的比較研究大多數集中在對國內外某兩個或多個版本教材的比較研究。可以發現教材的研究方法主要是文獻研究法、內容分析法，比較研究法等方法。比較的維度主要有以下幾個方面：編排體系、教材內容、教材編寫特點、例題、習題的設置、助讀系統等。遵循這些已有成果的思路，本研究也將從編排體系、教材內容，和教材編寫特點三個方面對中國大陸和臺灣中學數學教材進行比較。

第三節 平面幾何與坐標幾何內容比較的相關研究

大部分的國內數學教材比較研究是選取教材中某一部分的內容進行比較分析；在幾何內容，文獻研究的學段主要集中在小學和初中，內容主要是平面幾何，而有關高中階段的幾何研究較少。在少數高中幾何教材的研究中，主要又針對立體幾何研究比較多，坐標幾何的研究相對較少，對中外幾何教材進行比較研究更可謂沒有。本節將對中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容的相關文獻進行歸納整理，分為以下兩個方面：一、國內外初中數學教材之平面幾何與坐標幾何的比較研究。二、國內外高中數學教材之平面幾何與坐標幾何的比較研究，以便在此基礎上確定中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容的研究問題。

一、國內外初中數學教材之平面幾何與坐標幾何的比較研究

田一君（2016）在《中美初中幾何知識編排的比較——以中國人教版和美國 ML 版教材為例》論文中，選取了中、美各一套具有代表性的初中數學教材為研究對象，以幾何內容的知識作為比較範圍。該論文結合中、美初中數學課程標準，從教材呈現、知識內容、例習題設置三個方向，對兩套教材的幾何內容進行具體分析，評價各自的優點與特色。發現其一，在教材呈現方面，從直觀呈現上看，人教版外觀樸實，色彩以淺色基調為主，內容直觀，板塊明確，在設計感上體現了理科教材的科學性與嚴謹性；美國

ML 版更加「厚重」，閱讀容量大，結構緊湊，色調設計鮮豔明快，易於吸引讀者眼球，激發閱讀興趣；從編排結構上看，兩套教材在幾何知識的編排順序上具有一定差異，但在幾何知識的學習主線上基本一致。其二，在知識內容方面，從教材的知識廣度上看，美國 ML 版涉及的幾何知識點比人教版數量多，即知識面涉及廣、資訊量更豐富。而從教材的知識水準上看，人教版對知識點的挖掘更深，在幾何內容的學習上對學生的思維水準提出了更高的要求。其三，在例題的設置方面，兩套教材各具特色。人教版含兩個以上知識點的例題更多，並在部分例題中介紹了兩種以上解法，更具示範性；而美國 ML 版教材中每一道例題設置了相應的主題，針對性更強，使用情境化與學科背景素材的例題比重更大，注重數學知識與生活實際相連接。其四，在習題的設置方面，美國 ML 版的習題結構更加複雜、功能豐富、題量較多，而人教版的習題結構相對簡明，不同板塊的習題功能明確；從習題的素材來看，兩套教材都傾向設置以純數學問題為主的習題，著重訓練學生的數學抽象思維，並以現實情境為背景的習題為輔助，培養了學生的抽象邏輯能力。

梁竹（2010）在《中國、新加坡初中教材平面幾何的比較研究》論文中，選取中國大陸的人教版和新加坡的 Mathematics 兩版初中數學教材為研究對象，以《標準》為依據，運用內容分析法和比較法，採用概念圖工具、FLESCH 表以及數學題綜合難度模型，對兩個版本教科書平面幾何內容的內容，從知識廣度、深度、關聯度、內容的編排和呈現、證明題的難度等六個維度，進行定量計算和定性分析比較。此論文得出如下結論：在知識廣度上，兩國都重視平面幾何的學習。在知識水準上，中國教材對平面幾何的學習要求比新加坡的略高；但是相較而言，人教版在培養學生作圖能力這塊欠缺些。在知識的關聯度上，兩國教材都關注到數學知識之間的聯繫；但在一些具體問題的處理上，新加坡教材略顯優勢。在知識的編排上，利用範希爾水準體系評價兩國平面幾何內容編排，發現了一些共同的特點。在知識的呈現上，新加坡包含的非標準圖形比較多，但是人教版設置的欄目豐富些，版面設計活潑些，容易激發學生的興趣和美感。關於證明題的難度，通過比較可以發現新加坡包含的幾何證明題在數量上比較多，但是其綜合難度卻比較低，對幾何論證不作過多要求。

孫海曼（2013）在《我國大陸與臺灣地區初中數學教材「圖形與幾何」部分的比較研究——以大陸人教版與臺灣南一版》論文中，選取中國大陸的人教版和臺灣的南一版為研究對象，綜合運用文獻分析、內容分析、比較分析以及 TIMSS 認知水準分析等方法，聚焦於初中數學的「圖形與幾何」內容。基於大陸《標準（2011）》與臺灣《綱要（2008）》兩份檔的對比分析，針對大陸人教版與臺灣南一版兩套教材展開比較研究，發現兩套教材在整體結構的編排體例及呈現結構、知識單元的編排方式與選擇，和例習題的數量、習題類型以及習題的認知水準等部分都存在較大差異。具體發現如下。

- （一） 臺灣南一版較大陸人教版教材整體編排注重培養國際化人才，且更具有可讀性。
- （二） 大陸人教版教材的編排方式是混合編寫，臺灣南一版教材體現的是分主題編寫。
- （三） 從兩套教材幾何內容知識內容的選擇上看，大陸人教版教材知識廣度安排的更廣，同時注重培養學生空間觀念的知識單元；臺灣南一版教材注重培養學生學習過程性的知識內容，實驗幾何內容安排多於大陸人教版教材。
- （四） 從兩套教材例習題數量上看，臺灣南一版教材例題和隨堂練習量多於大陸人教版教材，節習題、章習題以及總題量均少於人教版教材。從習題類型上看，臺灣南一版教材注重常規性習題設置，大陸人教版教材習題設置類型較豐富且注重與實際生活相關的情境化設置。從習題對學生認知水準要求上看，大陸人教版教材注重「推理」水準習題的設置，臺灣南一版教材注重「理解」和「應用」水準習題的設置。

林鴻哲（2013）在《臺灣、中國上海、新加坡國中幾何教材內容之比較》論文中，選取臺灣南一版數學、中國上海義務教育課程標準實驗教科書，與新加坡新課程數學三套教科書為研究對象，採內容分析法，從教材編排順序差異、布題表徵方式，與幾何教材內容之特色等方面進行分析比較。研究結果顯示：在編排順序方面，三個版本呈現差異性並影響幾何推理順序。以幾何教材編排方式檢視，則臺灣教材編排方式較為集中，而中國上海與新加坡教材則採分散編輯。各版本布題表徵方式明顯不同，非傳統問題布題表徵、開放性問題布題呈現的比例均以中國上海教材最高。在數學型態、文字型態、視覺型態及聯合型態方面，三個版本都以聯合型態布題表徵所占比例最高，以數學型態

布題表徵所占比例最低。在幾何教材所占國中數學百分比方面，比例最高者為中國上海，其次依序為新加坡和臺灣。在概念鋪陳方面，臺灣教材採說理的方式鋪陳數學概念，中國上海教材安排探索、觀察、歸納等教學活動，由淺至深依序鋪陳，新加坡教材則常以條列定義代替數學推理，鋪陳幾何概念，並編輯大量的課後練習題供學生演練。

二、國內外高中數學教材之平面幾何與坐標幾何的比較研究

謝小明(2014)在《中美兩國三地高中數學幾何教材比較研究——以美國 Prentice Hall 版、臺灣南一版和大陸人教 A 版教材》論文中以臺灣，大陸和美國高中數學教材為研究對象，運用文獻分析法、思辨法、內容比較分析法、案例分析法以及統計方法，從幾何教材的深度和廣度、編排結構、素材和幾何知識呈現方式，及數學題的綜合難度，對三套教材進行較為系統的比較研究。研究發現：

- (一) 三套教材對應課程標準（綱要）高中幾何課程廣度和深度存在一定差距。美國廣度大，深度淺；大陸和臺灣廣度較小但深度較深，大陸的課程深度最深。
- (二) 教材宏觀和微觀層面編排結構上，大陸教材宏觀形式上為幾何、代數混編教材，微觀看，其各模組之間又相互獨立，實質上更似分科教材。美國 Prentice Hall 幾何教材，宏觀為分科教材，微觀看與其他學科橫向聯繫非常緊密。臺灣教材幾何、代數的混編比較明顯，宏觀和微觀看都是混編教材。
- (三) 三套教材在素材和幾何知識呈現方式上看，大陸教材的素材來源較單一，幾何知識的呈現方式主要以知識為主線，以幾何知識點的講解和強化為中心。臺灣教材素材相對大陸豐富，但相對美國仍然比較缺乏，其幾何知識呈現以代數為主要手段，充分體現代數知識在幾何問題解決中的工具性功能。在素材運用上，美國教材勝於兩地教材，其例習題背景豐富，貼近生活，圖片色彩絢麗，數量龐大，資訊技術也融入其中；其幾何知識的呈現以直觀幾何為主，呈現手段比較多樣。
- (四) 從數學題綜合難度上看，大陸教材在運算、推理、知識含量上遠高於 Prentice Hall 教材，而背景方面又遠低於 Prentice Hall 教材。臺灣教材章節習題難度各方面

均介於兩者之間，總體與大陸教材相近。

(五) 從三套教材在教學中的作用看，Prentice Hall 教材更適合學生的自主學習和課後閱讀，而大陸、臺灣兩地教材更適合教師的教學。

周遠方(2007)在《四套高中數學新課標教材的結構比較與思考——以坐標幾何初步為例》論文中以人教A版、人教B版、北師大版、鄂教版四個版本教材中數學2的第二章「坐標幾何初步」內容為對象，對四個版本教材在內容佈局、知識編排、習題配置等方面做了比較，探悉高中數學新教材結構體系設置的一些特點，為更好地選擇和理解新教材提供一些參考。

綜上所述，學者們對幾何教材已經做了一定的研究，研究方法多種多樣，結果表達方式也形態各異。大部分關於幾何內容的國際數學教材比較研究，主要是從知識廣度、深度、關聯度、內容的編排和呈現、例習題的數量、習題類型、習題的認知水準，和證明題的難度上進行比較。但隨著中國大陸《標準(2020)》和臺灣《綱要(2018)》的重新修訂，兩地教材也依據標準(綱要)進行的全新的編寫發佈。並且縱觀初中和高中數學教材幾何內容的相關文獻，研究者發現有關初中階段的研究，大多只包含平面幾何而忽略了坐標幾何，且雖然有關平面幾何的研究角度面面俱到，但大都分散於不同的論文中，幾乎沒有論文涵蓋所有的方面；有關高中階段的研究，則是由於研究者過少導致研究角度片面化，對教材的研究不夠深入。

鑒於以上原因，本研究將從編排順序、單元數、頁數、布題數和教學活動數、未完全對應的章節，和定理證明方法等方面入手，對中國大陸和臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容進行比較。除上述研究目的，由於本研究的研究對象包含初高中兩個階段的教材，因此對初高中內容的銜接也是本研究所關注的重點，關於此方面的相關文獻，將在下一節進行探討。

第四節 認知需求層次、概念引入方式及初高中銜接之相關研究

除卻通過對國內外中學數學教材平面幾何與坐標幾何內容文獻的歸納總結後提出的研究目的外，研究者從教材本身和與教材相關的其他部分的論文中發現，研究教材之布

題認知需求層次和概念引入方式的差異，及初高中銜接的情形也是很必要的。因此，本節將對涉及以上內容的論文進行歸納整理，分為以下三個方面：一、有關布題認知需求層次的研究，二、有關概念引入方式的研究，三、有關初高中數學教材銜接的研究。

一、有關布題認知需求層次的研究

認知需求層次是指對資訊的處理能力，主要包括專注力、判斷能力、思維能力、記憶力等，這些能力共同的特點都是思考能力。不論是何種認知需求層次的數學問題，對學生建立數學概念與理解數學的本質來說都有不同程度的正面幫助（Stein, Grover & Henningsen, 1996）。從 NAEP 的評量架構可以知道，認知需求層次分為三類，分別為：概念理解、程式執行，和解題思考（NAEP, 2013）。且臺灣大學入學考試中心，以及臺灣學生學習成就評量資料庫，都是採用上述認知需求層次來進行數學試題分類（林福來，1994；蕭儒棠、吳慧璿等，2017）。但由於本文所研究題目範圍只包含例題與隨堂練習，本文將參考張玟溢（2020）和薑瑞（2020）之研究對認知需求層次的分類，將以上三類分別對應到記憶性、無聯繫的程式性、聯繫的程式性，另新增做數學一類。

以下是對薑瑞和張玟溢在其碩士論文中關於認知需求層次部分的歸納整理。

薑瑞（2020）在《人教版、蘇科版與滬教版初中數學教材幾何習題的比較研究》論文中，選取中國大陸三個版本初中數學教材，並以「圖形與幾何」部分內容中的三角形、四邊形，和圓相關內容為研究對象，將認知需求層次分為記憶性、無聯繫的程式性、聯繫的程式性，和做數學四種任務，展開研究並得出「在認知水準維度中，三個版本都側重於聯繫的程式性任務，其次是無聯繫的程式性任務，做數學的任務最少」的結論，並給出了「可以考慮適當增加做數學的任務，以滿足高層次認知水準的要求」的建議。

張玟溢（2020）在《臺灣、美國、新加坡國中函數主題教材之比較研究》論文中，採內容分析法，將認知需求層次分為記憶、無聯繫性之程式、有聯結性之程式，和做數學四種問題，比較臺灣 A 版數學、新加坡新課程數學，及美國連結數學三套教科書國中階段函數主題之認知需求層次之差異。研究結果顯示：三套教科書布題認知需求層次皆以記憶與無連結之程式性問題為主，且布題安排符合認知需求層次，層次較高之布題主要出現於較高年級。

綜上，可以發現，包含布題認知需求層次的研究多針對的是初中教材，這些研究中針對幾何布題的認知需求層次的研究也多不包含座標幾何的部分。除此之外，針對中國大陸和臺灣的研究也較少。因此，本研究將針對中國大陸和臺灣中學數學教材平面幾何與坐標幾何布題認知需求層次進行分析比較。

二、有關概念引入方式的研究

概念的引入作為概念學習中的重要環節是不可避免的，數學概念的有效引入將直接關係到學生對概念的理解和掌握，也直接關係到學生數學思維的養成。數學概念的學習需要建立在學生的直觀感受與操作之上，概念引入作為概念教學的第一步，在整個概念學習的教學中起著至關重要的作用，因此教科書的概念引入部分就非常值得我們做出研究。合適的概念引入方式是指導學生從本質上解讀概念的核心因素，而不合適的概念引入則會阻礙學生對概念的正確理解。

本文將參考軒轅新琪（2019）和宋琳琳（2015）對概念引入方式的分類，將概念引入方式分為四類：實際問題、數學問題、溫故知新，和實際操作。以下是對軒轅新琪和宋琳琳在其碩士論文中關於概念引入方式部分的歸納整理。

軒轅新琪（2019）在《中澳初中數學教科書幾何概念引入的比較研究》論文中，選取人教版初中數學教材和澳大利亞 Heinemann 教材的部分幾何概念為研究對象，通過文獻分析與對比探究等研究方法，將教材中核心定義的引入形式分為實際問題、數學問題、舊知，和實際操作四種，進行對比分析。研究結果如下：以現實生活為基礎進而提出數學定義是人教版教材的一大特點，通常情況下採用數學問題、舊知與實際問題，有時也使用實驗操作的方法引入概念。Heinemann 教材一般情況下與現實生活的聯繫少之又少，在給出數學概念之後，再列舉實例對概念進行深入解讀與證明，是該教材進行概念引入的主要形式。

宋琳琳（2015）在《中英初中數學教材中定義引入方式的比較研究》論文中，將定義引入方式歸納為實際問題、數學問題、舊知、實際背景，和實際操作五種。使用實際背景引入的目的是為了激發學生的學習興趣和學習熱情，使用問題引入的目的是為了讓學生意識到數學問題是來源於生活的，使用舊知引入的目的是為了讓學生在學過的數學

知識的基礎上來學習新的知識，使用實際操作的目的是為了讓學生在動手製作的過程中體會數學知識的生成過程。通過對比中國人民教育出版社初中數學教材和英國 SMP 版初中數學教材之定義引入方式，得出如下結論：中國教材善於用兩種給出定義的方式來引入一個定義，習慣先從研究問題的引入點出發。英國教材不善於使用幾種引入方式的結合，不太注重從引入點著手進行引入，只有 3 個定義分別使用了實際背景、實驗操作，和舊知，完全沒有使用實際問題和數學問題。

綜上，可以發現，概念的引入方式的研究多是針對初中教材，且針對中國大陸和臺灣的研究也較少。因此，本研究將對中國大陸和臺灣中學數學教材平面幾何與坐標幾何概念引入方式的實際情況進行考察。

三、有關初高中數學教材銜接的研究

研究者在閱讀過兩地中學數學教材後發現，兩地教材均在高中階段學習直線和拋物線之前，即初中時，就已經教過一次函數與二次函數的圖形分別是直線與拋物線。由此可見，一次函數與直線、二次函數與拋物線之間必定存在知識上的聯繫。且近年來課程的銜接性越來越受到各界的關注，但更多的關注點仍然集中在教學銜接，對教材銜接的關注度還遠遠不夠。通過查閱與教材銜接的相關文獻可以發現，針對教材的框架、插圖、習題等各方面提出銜接建議的研究不少。以下是對劉婧、謝金芮、吳玉炎在其碩士論文中關於銜接部分的歸納整理。

劉婧（2013）在《人教版初高中數學教材銜接》論文中，採用文獻法、比較法以及訪談法，主要通過對初高中教師和高中學生進行觀察訪談，考察初高中數學教材使用的真實情況，再根據現行人教版初高中數學教材的內容呈現方式、知識點、習題、編排方式、欄目設置、內容順序及其聯繫生活情況這幾個方面，分別進行系統的內容分析，總結教材編制中銜接現狀，並進行原因分析。最後，從知識論、心理學、認知論對教材編制的啟示，提出完善初高中數學教材編制中的銜接策略。

謝金芮（2014）在《初高中數學教材知識結構銜接》論文中，選取人教版初高中數學教材為研究對象，主要借助了文獻研究法、比較研究法、調查研究法，和案例研究法，從兩個方面對初高中數學教材知識結構銜接的現狀進行探索。得出的結論是：人教版初

高中數學教材在知識結構的銜接方面取得了一定的成就，較注重相關知識的上掛下連和難度廣度的合理梯度，但仍存在少部分內容銜接不夠緊密、知識脫節、難度跨度過大等問題。

吳玉炎（2017）在《略談初高中坐標幾何銜接教學》論文中選取了江蘇版初高中數學教材作為研究對象，結合具體的教學實例，就初高中坐標幾何銜接教學進行分析。得到「數學課堂不需要太熱鬧，而是需要老師靜心、精心地找到學生的『最近發展區』，通過各種不同形式的自主學習、探究活動，讓學生感知、接受、體驗數學發現，和創造的價值，發展他們的創新意識，讓他們更高效學好今後每一階段的數學」的結論。

綜上，可以發現，銜接的研究大多是針對同個國家的初高中整本教材的銜接，且銜接內容多是同主題下的銜接，鮮少提到平面幾何與座標幾何的銜接。因此，本研究將對中國大陸和臺灣初高中數學教材的平面幾何與座標幾何的銜接的情形進行分析比較，主要是初中一次函數和二次函數教材與高中直線和拋物線教材，在不同學段與學習內容之間的聯繫。

第五節 文獻綜述小結

本節將把本章第二節、第三節的文獻發現與本研究的發現進行比較，針對與本研究相呼應與不同之處進行詳細說明。

就初中數學教材的比較研究的相關文獻來看，僅有孫海曼和林鴻哲的論文的研究對象包含中國大陸和臺灣的數學教材。在編排順序方面，孫海曼和林鴻哲均在其論文中得到「中版教材是混合編寫，臺版教材是分主題編寫」的結論，雖然他們的論文的研究對象所依據的《標準》或《綱要》和研究範圍均與本研究的不同，但以上結論卻與本研究的結論相同。除此之外，林鴻哲在其論文中得到「編排順序的差異導致推理步驟的不同」這一結論，也與本研究的結論相同；在單元數、頁數、教學活動數和佈題數方面，孫海曼在其論文中發現「臺版的例題和隨堂練習數均多於中版」，林鴻哲在其論文中發現「中版教材的單元數、頁數和教學活動數佔比均高於臺版」，他們的發現均與本研究的發現相同。除卻上述提及的研究目的外，本論文還包含對概念引入方式和定理證明方法的分析比較。

就高中數學教材的比較研究的相關文獻來看，黃倩、何亮亮，和謝小明的論文的研究對象包含大陸和臺灣的數學教材。在布題數方面，黃倩和何亮亮分別在論文中發現「中版教材更注重學生動手練習，臺灣教材更注重例題的展示」和「例題和練習題的數量臺版都要多於中版」，上述論文的研究對象的版本、所依據的標準或綱要，和研究範圍均與本研究的不同，或許上述原因造成後一發現與本研究的截然相反，但前一發現卻與本研究相同；在教學活動數方面，何亮亮在其論文中發現「中版的教學活動數量遠遠多於南一版」，這一發現與本研究的相同。除卻上述提及的研究目的，本論文還包含對單元數和頁數、佈題認知需求層次、概念引入方式、定理證明方法、未完全對應之章節，以及函數與圖形知識結構上的銜接的分析比較。

第三章 研究方法

本章對研究方法的討論共分為五節，分別是第一節研究方法與架構，第二節研究對象，第三節內容分析之單位與類目，和第四節資料收集與處理和第五節研究流程。

第一節 研究方法與架構

本研究欲探討中國大陸和臺灣中學數學教材中，平面幾何與坐標幾何內容之編排順序、單元數、頁數、布題數和教學活動數、布題認知需求層次、概念引入方式和證明方法之差異，與未完全對應的章節，以及函數與圖形知識結構上的銜接之情形。基於研究的內容與目的，擬採用文獻研究法、內容分析法和比較研究法進行研究。

一、文獻研究法

文獻法也稱歷史文獻法，就是對所研究方向的相關文獻進行查閱、分析、整理，從中選取資訊，以達到某種調查研究目的的方法（何亮亮，2013）。運用文獻法可以從文獻中選取所需的資料，之後對這些資料做出恰當分析，瞭解以往研究者對於本研究方向已經做了哪些研究，解決了哪些問題，還有哪些問題沒有解決，最後在前人研究的基礎上進行新的研究。

本研究先通過對中國知網、萬方資料庫、嘉義大學電子圖書館、臺灣國家圖書館，和臺灣國家碩博士論文網等電腦檢索工具，查閱了不同國家和地區不同階段不同版本數學教材下不同研究方向的的期刊、論文等文獻資料，在與指導教授進行溝通後確立研究方向。之後依此研究方向進行更加深入的查閱文獻，將查閱到的大量文獻進行歸納整理，確定本研究的研究目的，得到所要研究的問題，並確定研究對象，進而展開研究。

特別說明，研究者在進行近 20 年的相關文獻查閱時發現，在臺灣國家圖書館的期刊文獻資訊網上搜尋「幾何」、「教材」等關鍵字後，查詢結果僅有 36 筆，其中有 7 筆是與比較有關的，這其中 4 篇為小學階段的比較；在臺灣國家碩博士論文網上搜尋「幾何」、「教材」等關鍵字後，檢索結果有 364 筆，其中僅有 19 筆是與比較有關的，這其中又有一大半是針對小學階段的比較；在科技部學術補助獎勵查詢資料庫上，不論是

搜尋「教材」還是「幾何」都幾乎查詢不到相關文獻。綜上所述，臺灣學者圍繞幾何教材比較所做的研究並不多，且大多數都是針對小學階段，針對初中階段的較少，針對高中階段的更是幾乎沒有。因此本論文涉及相關文獻大多數都來自大陸學者。

二、內容分析法

內容分析法發展於二十世紀初，早期的研究對象主要是大眾傳播媒體，且研究的方式較傾向於量化的分析，爾後逐漸擴展至社會學、心理學、歷史學以及教育等部分，且更加深入探討內容之潛在的意義（王文科、王智弘，2007；林重新，2001；黃光雄、簡茂發，1993）。內容分析法為一種質量並重的方法，對欲分析之內容資料進行客觀且系統的量化，並依據量化資料作質性分析的方法（孫名符，1996；楊孝滌，1994；歐用生，1997；王文科、王智弘，2007）。量化分析可使問題分析精細化，但是有很多問題是難以進行量化分析的，可通過質性分析來辨明問題的實質。

故本研究欲先針對兩地中學數學教材進行量化分析，對兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何之單元數、頁數、布題數、教學活動數，和布題認知需求層次，對應到各主題類目中的題數進行計數並計算相關百分比數據，再輔以質性分析對量化數據進行分析，以彌補量化分析之不足之處。之後以質性分析對難以進行量化分析的兩地中學數學教材之編排順序、未完全對應的章節、概念引入方式、定理證明方法和函數與圖形知識結構上的銜接等方面進行分析。

三、比較研究法

比較研究法就是根據一定的標準，把有關事物放在一起進行考察，對比他們的異同，進而把握事物的本質，探索其發展規律的方法（馬雲鵬，2004）。其中定性比較法是指在同一或者共同標準下，對同類事物中不同的對象進行比較的一種研究方法；定量比較法即對兩種或兩種以上的事物進行數量上的比較。

本研究採用定性與定量相結合的方法，對中國大陸和臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容之編排順序、單元數、頁數、布題數和教學活動數、布題認知需求層次、概念引入方式和證明方法、未完全對應的章節，和函數與圖形知識結構上的銜接之情形

進行具體比較，從而找出兩地教材編寫中的普遍規律和各自特點。

依據本研究之目的與研究方法，研究者設計本研究之架構圖，如圖 3-1 所示。



圖 3-1 研究架構圖

第二節 研究對象

本研究欲探討中國大陸和臺灣中學數學教材中，平面幾何與坐標幾何內容之編排順序、單元數、頁數、布題數和教學活動數、布題認知需求層次、概念引入方式，和定理證明方法之差異與未完全對應的章節之情形。除此以外，本研究還關心兩地教材之函數與圖形知識結構上的銜接之情形。基於研究進行之便利性，資料之選取採用立意取樣方式，選擇中國大陸初中人教版和高中人教 A 版數學教材，與臺灣初中和高中出自不同出版社的數學教材各一份，作為研究對象。研究對象之背景分述如下。

一、中國大陸

1. 「人教版」初中數學教材

中國現行初中數學教材主要有人教版、北師大版、華師版等版本。在基礎教育教材部分，人教版新課程實驗教材以超過 50% 的穩定市場選用率，成為眾多教材版本中最具競爭力和可持續發展的主流教材之一（章紅雨，2011）。綜上本研究選擇人教版初中數學教材作為中國大陸初中教材之研究對象，並簡稱為中版，編碼為 C。

本研究選取的中版初中數學教材是依據《義務教育數學課程標準（2011 年版）》編寫，經國家基礎教育課程教材專家委員會 2012 年審核通過，由人民教育出版社發行出版的。中版初中數學教材 7~9 年級共有 29 個單元，其中 7 年級 10 個單元，8 年級 10 個單元，9 年級 9 個單元。本研究將以中版初中數學教材平面幾何與坐標幾何內容之相關單元作為研究對象。以下將中版初中 7~9 年級數學教材編碼為 C7~C9。

C7~C9 平面幾何和坐標幾何之相關單元有 11 個，分別為：C7 之「幾何圖形初步」、「相交線與平行線」、「平面直角坐標系」，C8 之「三角形」、「全等三角形」、「軸對稱」、「畢氏定理」、「平行四邊形」，C9 之「旋轉」、「圓」、「相似」。故本研究將以此十一個單元作為研究對象。

2. 「人教 A 版」高中數學教材

中國現行高中數學教材主要有人教版，北師大版，蘇教版等版本。高中人教版分為 A 版和 B 版，這兩版教材內容上基本是一致的，只不過順序安排，例題和習題的選擇上有所不同。人教 A 版教材使用比較普遍：廣東、海南、寧夏、天津、浙江、杜建、湖南、吉林、黑龍江 100%；山東、安徽省約 70% 左右；北京 53%。在全國已進入高中課改的省市區中，人教 A 版佔有總份額近 70%（史建雲，2011）。綜上本研究選擇人教 A 版高中數學教材作為中國大陸高中數學教材之研究對象，並簡稱為中版，編碼為 C。

本研究選取的中版數學教材是依據《普通高中數學課程標準（2017 年版 2020 年修訂）》編寫，2019 年秋季學期全國範圍使用，由人民教育出版社發行出版。中版數學教材 10~12 年級共有十八個單元，其中 10 年級 10 個單元，11 年級 5 個單元，12 年級 3

個單元。本研究將以中版數學教材中坐標幾何之相關單元作為研究對象。以下將中版高中 10~12 年級數學教材編碼為 C10~C12。

C10~C12 坐標幾何之相關單元有 2 個，分別為：C11 年級之「直線和圓的方程」和「圓錐曲線方程」。故本研究將此 2 個單元作為研究對象。

二、臺灣

1. 「臺版」初中數學教材

臺灣現行中小數學教科書以南一書局、康軒文教、翰林書局三家出版社為主，其市場總佔有率已超過 80%，它們基本可以代表臺灣中小學數學教科書的全貌（李祖祥，2011）。對於選用率最高的初中教科書，大陸對其已有很多研究，對其他兩版的研究較少。本研究採取選用率第二高的初中數學教材作為臺灣初中教材之研究對象，並簡稱為臺版，編碼為 T。

本研究選取的臺灣初中數學教材是依據《十二年國民基本教育課程綱要》編寫，經審定通過，在全臺範圍使用。臺版初中數學教材 7~9 年級共有 23 個單元，其中 7 年級 8 個單元，8 年級 9 個單元，9 年級 6 個單元。本研究將以臺版初中教材平面幾何與坐標幾何內容之相關章節作為研究對象。以下將臺版初中 7~9 年級數學教材編碼為 T7~T9。

T7~T9 平面幾何與坐標幾何內容之相關章節有 6+1/12 個，分別為：T7「二元一次聯立方程式及圖形」之第三節第四節、「幾何圖形與三視圖」之第一節，T8「平方根與畢氏定理」之第三節、「三角形的性質與尺規作圖」、「平行與四邊形」，T9「比例線段與相似比」之第二、三、四節、「圓的性質」、「推理證明與三角形的心」，故本研究將此 6+1/12 個單元作為研究對象。

2. 「臺版」高中數學教材

臺灣現行高中數學教材主要有南一、翰林、龍騰、康熙，和泰宇等版本。本研究採用其中最新投入市場的新教材，雖然它的選用率並不高，但是它有較多創新的內容，且沒有研究者對此教材進行過研究。綜上，本研究將該版高中數學教材作為臺灣高中教材之研究對象，仍然簡稱為臺版，編碼為 T。

本研究選取的臺灣高中數學教材也是依據《十二年國民基本教育課程綱要》編寫，經審定通過，在全臺範圍使用。臺版高中數學教材 10~11 年級共有 15 個單元，其中 10 年級 7 個單元，11 年級 8 個單元。本研究將以臺版高中數學教材坐標幾何相關章節作為研究對象。以下將臺版高中 10~11 年級數學教材編碼為 T10~T11。

T10~T11 坐標幾何之相關章節有 $1\frac{1}{3}$ 個，分別為：T10「圓與直線」和 T12「空間概念」之第三節，故本研究將此 $1\frac{1}{3}$ 個單元作為研究對象。

第三節 內容分析之分析單位與類目

本研究採用的研究方法之內容分析法，將採取量化分析與質性分析結合的方法分析比較中國大陸和臺灣中學數學教材在平面幾何和坐標幾何之單元數、頁數、布題數和教學活動數、布題認知需求層次之差異。之後採取質性分析的方法分析比較兩地教材編排順序、概念引入方式，和定理證明方法與未完全對應的章節之情形。最後針對額外關心的兩地教材之函數與圖形知識結構上的銜接之情形，採取質性分析的方法進行分析比較。以下說明內容分析法之分析單位與類目。

一、分析單位

本研究在進行分析時，分析範圍以課本為主，教師用書、教學輔助參考書等不在研究的範圍內；此外，本研究所分析的題目，包含課本中的例題和課後的練習題，不包括每節後面的習題和每章後面的復習題。本研究先以「章（單元）」為大的分析範圍，再以「題」作為小的分析單位。

關於兩地中學課本中「章（單元）」的說明如下。

- (一) C7~C9：以章作為不同內容的間隔，研究內容有 C7 第四章「幾何圖形初步」、第五章「相交線與平行線」、第七章「平面直角坐標系」，C8 第十一章「三角形」、第十二章「全等三角形」、第十三章「軸對稱」、第十七章「畢氏定理」、第十八章「平行四邊形」，和 C9 第二十三章「旋轉」、第二十四章「圓」、第二十七章「相似」，共計 11 章。

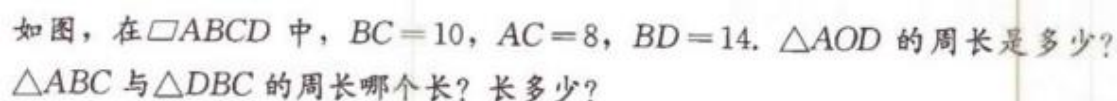
(二) C10~C12：以章作為不同內容的間隔，研究內容有 C11 第二章「直線和圓的方程」和第三章「圓錐曲線方程」，共計 2 章。

(三) T7~T9：以章節作為不同內容的間隔，研究內容有 T7 下第一章「二元一次聯立方程式及圖形」第三節直角坐標平面和第四節二元一次方程式的圖形、第三章「幾何圖形與三視圖」第一節幾何圖形與符號，T8 上第二章「平方根與畢氏定理」第三節畢氏定理，T8 下第三章「三角形的性質與尺規作圖」、第四章「平行與四邊形」，T9 上第一章「比例線段與相似比」第二節比例線段、第三節相似形、第四節相似形的應用，第二章「圓的性質」，和第三章「推理證明與三角形的心」。特別說明，由於 T7 下的第一章、第三章，T8 上第二章，T9 上第一章的節數分別占其章內節數的 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ ，因此各計為 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 章，共計 $6+\frac{1}{12}$ 章。

(四) T10~T12：以章節作為不同內容的間隔，研究內容有 T10 第二章「圓與直線」和 T11 第一章「空間概念」第三節圓錐曲線。特別說明，由於 T11 第一章的節數占其章內節數的三分之一，因此記為 $\frac{1}{3}$ 章，共計 $1+\frac{1}{3}$ 章。

本研究關於「題」的定義如下：

(一) 題目在敘述過程中包含幾個問題，則記為幾題。如圖 3-2。



如图，在 $\square ABCD$ 中， $BC = 10$ ， $AC = 8$ ， $BD = 14$ 。 $\triangle AOD$ 的周长是多少？
 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBC$ 的周长哪个长？长多少？

圖 3-2 量化分析單位之樣題 1

資源來源：採自 C8 下（頁 44）

此題為 C8 下第十八章「平行四邊形」第一節平行四邊形的練習題，此題教學目標為掌握平行四邊形的性質並運用它們進行計算。題幹在敘述完平行四邊形某些線段長的條件後，提出 3 個問題。綜上，此題包含三個問題，記為 3 題。

(二) 若題目主幹中包含 M 個問題，該題目下針對以上 M 個問題又給出 N 個並列小題，則記為 MN 個問題。如圖 3-3。

根据下列条件，判断 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是否相似，并说明理由：

- (1) $\angle A=40^\circ$, $AB=8$ cm, $AC=15$ cm,
 $\angle A'=40^\circ$, $A'B'=16$ cm, $A'C'=30$ cm;
 (2) $AB=10$ cm, $BC=8$ cm, $AC=16$ cm,
 $A'B'=16$ cm, $B'C'=12.8$ cm, $A'C'=25.6$ cm.

圖 3-3 量化分析單位之樣題 2

資源來源：採自 C9 下 (頁 34)

此題為 C9 下第二十七章「相似」第二節相似三角形的例題，此題教學目標為利用相似三角形的判定定理判定三角形是否相似。此題目主幹包含 2 個問題，其一為判斷是否相似，其二為說明相似理由；針對以上兩個問題，又給出 2 個並列的小題。記為 4 題。

二、分析類目

本研究分析類目可以分為以下三方面。

(一) 主題類目

研究者將兩地教材平面幾何與坐標幾何之主題類目分為「簡單圖形」、「三角形」、「四邊形」、「多邊形」、「圓」、「圖形的變化」、「坐標幾何初步」、「直線與圓的方程」，和「圓錐曲線」等九類。每一主題類目所包含的每一章中每一節的二級標題，如下表 3-1。(注意：某些小節下的二級副標題內包含的內容，分屬於兩個主題類目中。)

表 3-1 兩地中學主題類目分類表

主題 \ 版本	中版	臺版
簡單圖形	4.1.1 立體和平面圖形 4.1.2 點線面體 4.2 直線、射線、線段 4.3.1 角 4.3.2 角的比較與運算 4.3.3 餘角和補角 5.1.1 相交線 5.1.2 垂線 5.1.3 同位角、內錯角、同	7 年級下 3.1.1 點、線、角 3.1.3 平分線與線對稱圖形 8 年級下 3.2.1 等線段作圖 3.2.2 等角作圖 3.2.3 中垂線作圖 3.2.4 角平分線作圖

	旁內角 5.2.1 平行線 5.2.2 平行線的判定 5.3.1 平行線的性質 5.3.2 命題、定理、證明 12.3 角平分線的性質 13.1.2 線段垂直平分線的性質	3.4.2 中垂線性質 3.4.3 角平分線性質 4.1.1 平行線的性質 4.1.2 平行線的截角性質 4.1.3 平行線的判別性質 9 年級上 1.2.1 平行線截比例線段 1.2.2 平行線截比例線段的應用 1.2.3 由比例線段判別平行線
三角形	11.1.1 三角形的邊 11.1.2 三角形的高、中線與角平分線 11.1.3 三角形的穩定性 11.2.1 三角形的內角 11.2.2 三角形的外角 12.1 全等三角形 12.2 全等三角形的判定 13.3.1 等腰三角形 13.3.2 等邊三角形 17.1 畢氏定理 17.2 畢氏定理的逆定理 27.2.1 相似三角形的判定 27.2.2 相似三角形的性質 27.2.3 相似三角形應用舉例	8 年級上 2.3.1 畢氏定理 2.3.2 畢氏定理的生活應用 8 年級下 3.1.1 內角和 3.1.2 三角形外角的性質 3.3.1 三角形全等 3.3.2 全等三角形的判別 3.4.1 等腰三角形性質 3.5.1 三角形邊長關係 3.5.2 三角形邊角關係 9 年級上 1.3.3 三角形的相似判定 1.4.1 相似三角形的對應

		3.1 推理與證明 3.2.1 外心 3.2.2 內心 3.3.3 重心
四邊形	18.1.1 平行四邊形的性質 18.1.2 平行四邊形的判定 18.2.1 矩形 18.2.2 菱形 18.2.3 正方形	8年級下 4.2.1 平行四邊形的性質 4.2.2 平行四邊形的判別 4.3.1 菱形與箏形 4.3.2 矩形與正方形 4.3.3 梯形
多邊形	11.3.1 多邊形 11.3.2 多邊形內角和 27.1 圖形的相似	7年級下 3.1.2 多邊形 8年級下 3.1.1 內角和 9年級上 1.3.2 相似多邊形
圓	24.1.1 圓 24.1.2 垂直於弦的直徑 24.1.3 弧、弦、圓心角 24.1.4 圓周角 24.2.1 點和圓的位置關係 24.2.2 直線和圓的位置關係 24.3 正多邊形和圓 24.4 弧長和扇形面積	9年級上 2.1.1 圓、扇形與弓形 2.1.2 弧長與扇形面積 2.1.3 點、直線與圓的位置關係 2.1.4 弦與弦心距 2.1.5 圓的切線 2.2.1 弧的度數 2.2.2 圓周角
圖形的變化	5.4 平移 13.1.1 軸對稱 13.2 畫軸對稱圖形 23.1 圖形的旋轉 23.2.1 中心對稱 23.2.2 中心對稱圖形	七下 3.1.3 平分線與線對稱圖形 9年級上 1.3.1 縮放圖形與比例線段

	27.3 位似	
坐標幾何初步	<p>7.1.1 有序數對</p> <p>7.1.2 平面直角坐標系</p> <p>7.2.1 用坐標表示地理位置</p> <p>7.2.2 用坐標表示平移</p> <p>13.2 畫軸對稱圖形</p> <p>23.2.3 關於原點對稱的點的坐標</p> <p>27.3 位似</p> <p>11 年級上</p> <p>2.3.2 兩點間距離公式</p>	<p>7 年級下</p> <p>1.3.1 坐標平面上的點與坐標</p> <p>1.3.2 象限</p> <p>1.4.1 二元一次方程式解的圖形</p> <p>1.4.2 二元一次方程式圖形的應用</p> <p>1.4.3 二元一次聯立方程式解的幾何意義</p> <p>8 年級上</p> <p>2.3.3 距離公式</p> <p>10 年級上</p> <p>2.2.1 點對稱與線對稱</p>
直線和圓與方程	<p>11 年級上</p> <p>2.1.1 傾斜角與斜率</p> <p>2.1.2 兩條直線平行和垂直的判定</p> <p>2.2.1 直線的點斜式方程</p> <p>2.2.2 直線的兩點式方程</p> <p>2.2.3 直線的一般方程</p> <p>2.3.1 兩直線的交點坐標</p> <p>2.3.3 點到直線距離公式</p> <p>2.3.4 兩條平行直線間的距離</p> <p>2.4.1 圓的標準方程</p> <p>2.4.2 圓的一般方程</p> <p>2.5.1 直線與圓的位置關係</p> <p>2.5.2 圓與圓的位置關係</p>	<p>10 年級上</p> <p>2.1.1 斜率</p> <p>2.1.2 直線方程</p> <p>2.1.3 平行直線與垂直直線方程</p> <p>2.1.4 分點公式</p> <p>2.2.2 點與直線的距離</p> <p>2.2.3 直線與二元一次方程組的解</p> <p>2.2.4 二元一次不等式</p> <p>2.3.1 圓的標準式</p> <p>2.3.2 圓的一般式</p> <p>2.4.1 點與圓的關係</p> <p>2.4.2 直線與圓的關係</p> <p>2.4.3 切線與圓</p>
圓錐曲線方程	<p>11 年級上</p> <p>3.1.1 橢圓及其標準方程</p>	<p>11 年級下</p> <p>1.3.1 歷史起源</p>

	3.1.2 橢圓的簡單幾何性質 3.2.1 雙曲線及其標準方程 3.2.2 雙曲線的簡單幾何性質 3.3.1 拋物線及其標準方程 3.3.2 拋物線的簡單幾何性質	1.3.2 圓錐截痕與曲線 1.3.3 認識標準式
--	---	------------------------------

(二) 認知需求層次類目

認知需求層次有高低之分是與實踐經驗、知識水準、思維能力、資訊儲量等因素有關。Stein (2001) 等學者將數學問題分為低認知需求層次和高認知需求層次兩種類型。低認知需求層次從低到高分為記憶性問題、無聯繫的程序性問題，高認知水準從低到高分為有聯繫的程序性問題、做數學的問題。

綜上，本研究將按照認知需求層次的高低，將兩地中學數學教材之題目分為記憶性問題、無聯繫的程序性問題、有聯繫的程序性問題，和做數學問題四種類型，說明如下。

低認知需求層次之題目：

1. 記憶性問題——只需要對概念、性質、公式或判定定理的記憶即可回答的問題，通常為通過概念辨認幾何圖形的問題，如圖 3-4。



圖 3-4 「記憶性問題」之樣題
資源來源：採自 C8 上 (頁 60)

此題需要學生判斷圖形是否是軸對稱的，是的話指出對稱軸，並找出對稱點，因此只需要對軸對稱圖形、對稱軸，和對稱點的定義的記憶，即可判斷出圖形是否是軸對稱的，並找出他們的對稱軸和對稱點，因此將此題歸為記憶性問題。

2. 無聯繫的程序性問題——理解題目含義之後，只需要運用一個性質、公式、公理、判定定理或已知的解題步驟即可解決問題，不需要與其他知識聯繫起來，如圖 3-5。

如图，C 是 AB 的中点， $AD=CE$ ， $CD=BE$ 。求证 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ 。

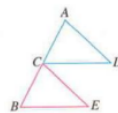


圖 3-5 「無聯繫的程序性問題」之樣題 1

資源來源：採自 C8 上（頁 37）

此題通過已知條件，即可運用三邊分別相等的兩個三角形全等的判定定理，判定出兩個三角形全等。僅運用一個判定定理即解決了問題，因此將此題歸為無聯繫的程序性問題。

高認知需求層次之題目：

3. 有聯繫的程序性問題——需要學生更深層次的深入理解數學概念和思想，在個人認知結構中需要認知努力和思考過程，運用兩個或兩個以上的性質、公式、公理，和判定定理才可以解決問題，如圖 3-6。

例 1 如图 24.2-11， $\triangle ABC$ 为等腰三角形， O 是底边 BC 的中点，腰 AB 与 $\odot O$ 相切于点 D 。求证： AC 是 $\odot O$ 的切线。

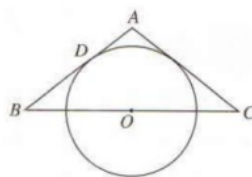


圖 3-6 「有聯繫的程序性問題」之樣題

資源來源：採自 C9 上（頁 98）

此題在過點 O 作 $OE \perp AC$ ，垂足為 E ，連接 OD ， OA 之後，分別利用等腰三角形的性質定理、角平分線的性質定理，和切線的判定定理等三個定理證明了 AC 是圓 O 的切線。經過思考後，利用三個定理才將題目解決，因此將此題歸為有聯繫的程序性問題。

4. 做數學的問題——沒有性質、公式、公理，和判定定理可以解決問題，需要學生通過自己探索，尋找到解決問題的方法，如圖 3-7。

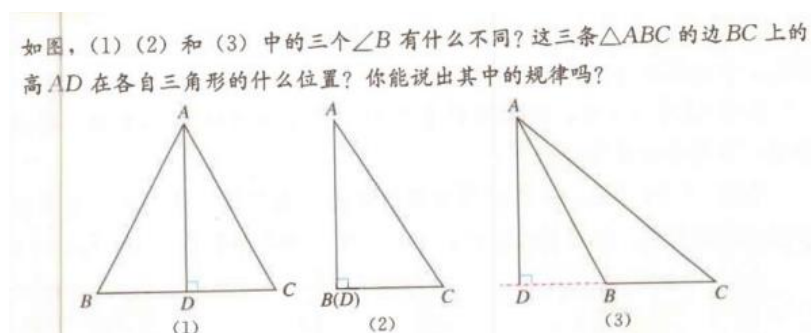


圖 3-7 「做數學的問題」之樣題

資源來源：採自 C8 上（頁 5）

此題包含三個問題，其中前兩個問題可分別歸屬與記憶性問題與無聯繫的程性問題，但關於第三個問題教材只給出三角形高的做法，沒有性質、公式、公理，和判定定理可以解決問題，學生需要自己歸納總結出規律，因此將此題歸為做數學問題。

除此之外，在評分者對分類方法進行溝通的過程中發現，認知需求層次依次攀升（除做數學問題相對獨立外）。例如，解決無聯繫的程序性問題時，認知層次應是在解決記憶性問題的基礎上。因此當一道題目在解題過程中既包含對某定義、性質、公式或判定定理的記憶及模仿，又包含對某性質、公式、公理、判定定理的運用時，該題目應歸於無聯繫的程序性問題。舉個例子，請看下圖 3-8。

3. 一个多边形的内角和与外角和相等，它是几边形？

圖 3-8 「無聯繫的程序性問題」之樣題 2

資源來源：採自 C8 上（頁 24）

此題既包含對多邊形外角和定理的記憶，又包含對多邊形內角和公式的運用，由上述分析可知，該題應為無聯繫的程序性問題。

（三）概念引入方式類目

把關於概念引入方式的研究概述結合本研究的實際情況，將幾何概念的引入方式分為 4 類，依次為：實際問題、數學問題、溫故知新與實際操作。下面對這四種引入方式

進行界定。

1、實際問題引入

通過實際問題引入是指聯繫概念的現實原型，將具有該性質的現實中的實物或事例直接呈現出來，通過向學生展示生活中具有實際意義的實物、圖示、模型等，讓學生獲得對所要學習的概念的感性認識，並通過觀察、歸納等過程，得到概念的本質屬性，引出概念的嚴格定義，從而讓學生在得到概念定義的同時理解概念的方式。通過具體的、符合認知的具體事例，讓學生更容易接受。而所選用的實物、事例或模型應具有實際意義，應是學生熟悉的或容易理解的。

2、數學問題引入

通過給出一個學生沒有解決過的數學題，讓其思考此數學題的解決辦法，同學生一起解決出來，從所得出的結論中概括出新的概念的方式稱為數學問題引入。

3、溫故知新引入

每個數學概念都是從一些基礎的數學概念中得來，同時為建立別的數學概念做基礎。因此，數學各個概念之間總有著千絲萬縷的聯繫（張奠宙，1994）。將根據新舊概念的關係，在原有概念的基礎上引入新概念所採用的方式稱為溫故知新引入。

4、實際操作引入

實際操作是指借助一些操作、模型以及現代技術手段進行的驗證、探究，和發現。例如：測量、繪圖、製作、建模或程式設計等操作。通過實際操作引入是以學生為主體，讓學生動手、動口、動腦，在做中學，從而將概念內化為學生頭腦中的經驗的方式。

第四節 資料收集與處理

一、資料處理

（一）統計中國大陸與臺灣中學數學教材在平面幾何和坐標幾何單元數、頁數、布題數，和教學活動數之數目，並計算百分比。之後對以上數據進行量化分析及比較，最後對量

化結果進行質性分析及比較。

(二) 統計中國大陸與臺灣中學數學教材在平面幾何和坐標幾何布題認知需求層次中記憶性問題、無聯繫的程序性問題、有聯繫的程序性問題、做數學的問題之題目數，並計算百分比。之後對以上數據進行量化分析及比較，最後對量化結果進行質性分析及比較。

(三) 對中國大陸與臺灣中學數學教材在平面幾何和坐標幾何之章節編排順序、概念引入方式、定理證明方法進行質性分析及比較，對兩地教材之未完全對應之章節的情形進行質性分析。

(四) 對中國大陸與臺灣中學數學教材的函數與圖形知識結構上的銜接情形進行質性分析及比較。

二、內容分析之信、效度

(一) 分析類目表的信度

內容分析法之信度分析，是指內容分析之單位與類目是否能將內容歸類到相同的類目中，並使所得到的結果能夠一致。本研究所選取的信度檢驗方式是「評分者信度」，評分者信度是指評分者對於內容單位分派到各類目的一致性程度。一般而言，評分員彼此對於單位的認同度與一致度越高，表示該研究信度越高（郭生玉，2005）。以下說明評分者選取，與信度分析步驟。

1. 評分者的選定：本研究之信度檢驗，由兩位評分者連同研究者共三人一同進行。其中兩位評分者，一位曾在初中任職多年，具有豐富的教學經驗，且現正於中央大學就讀博士班，另一位是曾多次參與中學數學教材編寫整改的本論文指導教授。

2. 信度分析步驟

(1) 樣本選取：從 C7 到 C12 與 T7 到 T12 之平面幾何與坐標幾何內容中，按照本章第三節主題類目，選取各主題類目下各 10 題。（多邊形題目較少，故只選取 6 題。）

(2) 說明：將類目表與認知需求層次分類規則分發給評分者閱讀，並說明分類規則與計數方式。

(3) 分類：評分者之間對分類方法進行溝通後，各自獨立進行類目表之分類。

(4) 信度計算：先算出評分者間的「相互同意值 P_i 」，再求得「平均同意值 P 」，最後依格伯那 (Gerbner) 信度公式求出「信度 R 」，設立信度係數標準為 0.8。公式如下歐用生 (1997)。

A、求相互同意值 P_i 。

$$P_i = \frac{2M}{N_1 + N_2} \quad (M: \text{表示兩人同意的專案數}, N_1 \text{ 及 } N_2: \text{每個人應有的同意數})$$

B、求平均同意值 P 。

$$P = \frac{\sum_{i=1}^N P_i}{N} \quad (N: \text{相互比較的次數})$$

C、求信度 R 。

$$R = \frac{nP}{1 + [(n-1)P]} \quad (n: \text{評定員人數})$$

(5) 信度結果

研究者與兩位評分者間的相互同意值如表 3-2 所示。

表 3-2 布題認知需求層次評分者間相互同意值及信度結果

評分者	評分者一	評分者二
研究員	0.942	0.942
評分者一		0.977

平均同意值 P 為 0.954。

信度 R 為 1.49。

(二) 分析類目表的效度

本研究採用的分析類目表，是通過參考兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何課程標準或綱要和相關研究（鄭婷芸，2011；林鴻哲，2013；張玟溢，2020；薑瑞，2020）所使用之研究工具，最後確立的。同時，在編制過程中，不斷與評分者與指導教授討論並修正內容，以確保本研究類目之效度。

第五節 研究流程

本研究以探討中國大陸和臺灣中學數學教材中，平面幾何與坐標幾何內容之編排順序、單元數、頁數、布題數和教學活動數、布題認知需求層次、概念引入方式，和證明方法之差異，另及未完全對應的章節和函數與圖形知識結構上的銜接之情形為目的。首先，確定研究對象，開始搜集相關文獻及研究資料，確定研究方向並擬定研究目的與問題，在此之後選定內容分析之分析單位與類目開始進行分析比較，最後對以上分析發現與結果進行統整及歸納結論。研究者將研究過程分為四階段進行研究，茲說明如下。

一、第一階段

研究者先搜集並閱讀相關文獻以及研究資料，與指導教授進行溝通後，確立研究方向，此為研究初期。

二、第二階段

研究者依研究方向進行研究目的與問題之擬定，再以此選取合適的研究對象，並依據研究的方向和目的擬採用獻研究法、內容分析法，和比較研究法，之後針對研究目的擬定內容分析之單位與類目。

三、第三階段

針對兩地中學數學教材階段平面幾何與坐標幾何內容各主題之布題認知需求層次進行分析，並以質量兼備之方式不斷進行修正與討論，以建立研究之效度。

四、第四階段

就研究目的與問題，按照研究方法先對單元數、頁數、布題數和教學活動數，和布題認知需求層次進行量化分析並輔以質性分析與比較，再對編排順序、概念引入方式、定理證明方法進行質性分析與比較，對兩地教材之未完全對應之章節的情形進行質性分析。在此之後，進一步對兩地中學數學教材之函數與圖形知識結構上的銜接情形進行質性分析與比較。

五、第五階段

依照研究之結果得出研究之結論與建議。

依據上述，本研究之研究流程圖如 3-9 所示。

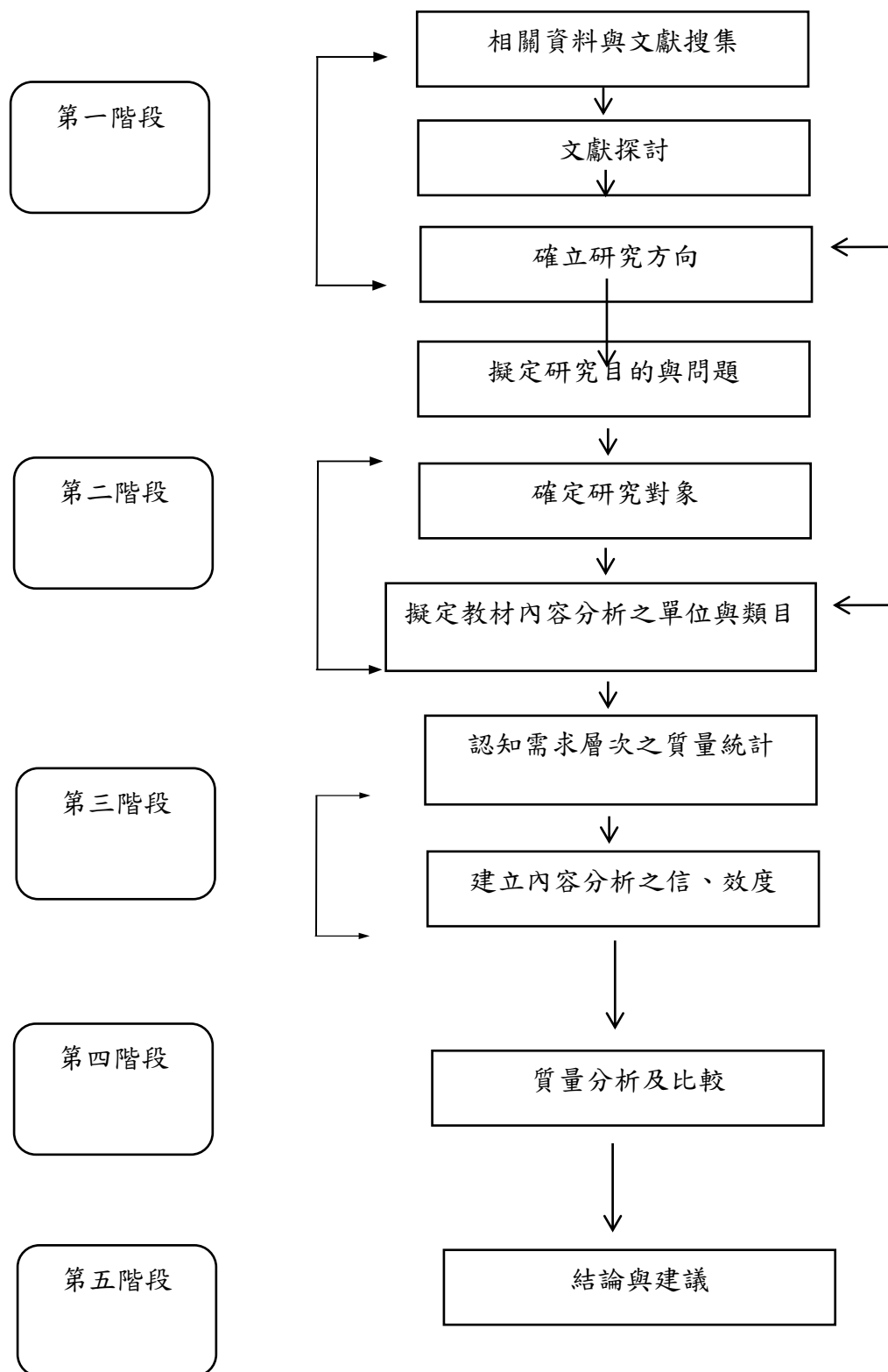


圖 3-9 研究流程圖

第四章 結果與發現

本章對結果與發現的歸納總結共分為七節，分別為第一節教材章節的編排順序之分析比較，第二節單元數、頁數、布題數和教學活動數之分析比較，第三節教材布題認知需求層次之分析比較，第四節未完全對應的章節，第五節概念引入方式之分析比較，第六節性質、判定、公式證明方法之分析比較，和第七節函數與圖形知識結構上的銜接。

第一節 教材章節的編排順序之分析比較

本節將針對中國大陸和臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容，對相關章節的編排順序進行分析比較。首先，以表 4-1 說明兩地教材之平面幾何與坐標幾何內容，在各年級之相關章節的編排順序。

表 4-1 兩地中學數學教材章節的編排順序表

年級 \ 版本	中版	臺版
7 年級	上 第四章 幾何圖形初步 4.1 幾何圖形 4.2 直線、射線、線段 4.3 角 下 第五章 相交線與平行線 5.1 相交線 5.2 平行線及其判定 5.3 平行線的性質 5.4 平移 第七章 平面直角坐標系 7.1 平面直角坐標系 7.2 坐標方法的簡單應用	下 第一章 二元一次聯立方程式及圖形 1.3 直角坐標平面 1.4 二元一次方程式的圖形 第三章 幾何圖形與三視圖 3.1 幾何圖形與符號
8 年級	上 第十一章 三角形	上 第二章 平方根與畢氏定

	<p>11.1 與三角形有關的線段</p> <p>11.2 與三角形有關的角</p> <p>11.3 多邊形及其內角和</p> <p>第十二章全等三角形</p> <p>12.1 全等三角形</p> <p>12.2 三角形全等的判定</p> <p>12.3 角平分線的性質</p> <p>第十三章軸對稱</p> <p>13.1 軸對稱</p> <p>13.2 畫軸對稱圖形</p> <p>13.3 等腰三角形</p> <p>下</p> <p>第十七章畢氏定理</p> <p>17.1 畢氏定理</p> <p>17.2 畢氏定理的逆定理</p> <p>第十八章平行四邊形</p> <p>18.1 平行四邊形</p> <p>18.2 特殊平行四邊形</p>	<p>理</p> <p>2.3 畢氏定理</p> <p>下</p> <p>第三章三角形的性質與尺規作圖</p> <p>3.1 內角和外角</p> <p>3.2 基本尺規作圖</p> <p>3.3 全等三角形</p> <p>3.4 全等三角形的應用</p> <p>3.5 三角形的邊角關係</p> <p>第四章平行與四邊形</p> <p>4.1 平行線</p> <p>4.2 平行四邊形</p> <p>4.3 特殊平行四邊形</p>
9 年級	<p>上</p> <p>第二十三章旋轉</p> <p>23.1 圖形的旋轉</p> <p>23.2 中心對稱</p> <p>第二十四章圓</p> <p>24.1 圓的有關性質</p> <p>24.2 點和圓、直線和圓的位置關係</p> <p>24.3 正多邊形和圓</p> <p>24.4 弧長和扇形面積</p> <p>下</p> <p>第二十七章相似</p> <p>27.1 圖形的相似</p> <p>27.2 相似三角形</p>	<p>上</p> <p>第一章比例線段與相似比</p> <p>1.2 比例線段</p> <p>1.3 相似形</p> <p>1.4 相似形的應用</p> <p>第二章圓的性質</p> <p>2.1 圓的幾何性質</p> <p>2.2 點、直線、圓的關係</p> <p>第三章推理證明與三角形的心</p> <p>3.1 推理與證明</p> <p>3.2 三角形的外心、內心與重心</p>

	27.3 位似	
10 年級		上 第二章圓與直線 2.1 直線方程式 2.2 點與直線、直線與直線的關係 2.3 圓的方程式 2.4 點、直線與圓的關係
11 年級	上 第二章直線和圓的方程 2.1 直線的傾斜角與斜率 2.2 直線方程 2.3 直線、交點坐標與距離公式 2.4 圓的方程 2.5 直線與圓、圓與圓的位置關係 第三章 圓錐曲線的方程 3.1 橢圓 3.2 雙曲線 3.3 拋物線	下 第一章空間概念 1.3 圓錐曲線

從表中可以看出，兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容的相關章節在編排順序上有很多不同的地方，因此以下將針對兩地教材之平行線、三角形與平行四邊形、尺規作圖、全等三角形與畢氏定理、比例線段、相似三角形與位似、點對稱與線對稱、兩點間的距離公式，和直線方程式與兩條直線平行和垂直的判定等章節的編排順序進行分析比較。從表中還可以看出，有些章節並未完全對應出現在兩地教材中，關於此類章節的分析比較，研究者將放在本章第四節未完全對應的章節中進行詳細敘述。

一、平行線、三角形與平行四邊形

中版是按照 7 年級下第五章「相交線與平行線」，8 年級上第十一章「三角形」，和 8 年級下第十八章「平行四邊形」的順序來安排平行線、三角形和平行四邊形的相關

內容；而臺版則是按照 8 年級下第三章「三角形的性質與尺規作圖」和第四章「平行與四邊形」的順序來安排相關內容。可以看到，中版是將平行和平行四邊形分開在兩個年段不同章節中進行介紹，而臺版則是將其放在一章裏介紹的。除此之外，兩版數學教材關於三角形與平行章節編排順序的差異，會導致中版是通過平行線的性質定理證明三角形內角和定理，而臺版則是通過三角形內角和定理說明平行線的性質和判定定理。

二、尺規作圖

中版分別在 7 年級上第四章「幾何圖形初步」第二節直線、射線、線段中介紹了等線段的尺規作圖方法，8 年級上第十二章「全等三角形」第二節三角形全等判定和第三節角平分線的性質中分別介紹了等角和角平分線的尺規作圖方法，第十三章「軸對稱」第一節軸對稱中介紹了中垂線的尺規作圖方法；臺版則是集中在 8 年級下第三章「三角形的性質與基本尺規作圖」第二節基本尺規作圖中介紹了等線段作圖、等角作圖、中垂線作圖、角平分線作圖等尺規作圖方法。

可以看到，中版對尺規作圖的安排較分散，而臺版對尺規作圖的安排則較集中。除此之外，兩版數學教材關於前後章節編排順序的差異會導致作圖依據有所不同。以中垂線的尺規作圖為例，中版將全等三角形的相關知識安排在尺規作圖之前，而臺版則是將其安排在尺規作圖之後。以上編排順序的不同造成中版先是利用三角形全等的判定定理證明中垂線的性質，進而給出中垂線的判別性質，在此之後利用該判別性質，給出作圖方法；臺版則是直接利用等腰三角形對角線及其線對稱的性質，給出作圖方法。

三、全等三角形與畢氏定理

中版是按照 8 年級上第十二章「全等三角形」和 8 年級下第十七章「畢氏定理」的順序來安排全等三角形和畢氏定理的相關內容，而臺版則是按照 8 年級上第二章「平方根與畢氏定理」和 8 年級下第三章「三角形的性質與尺規作圖」的順序來安排相關內容。雖然兩版教材都包含全等三角形的判定定理和畢氏定理及其逆定理，但編排順序的不同會導致兩版教材對全等的直角三角形的判定定理的說明方法的不同。中版是在「探究」中通過尺規作圖的方法來驗證全等的直角三角形的判定定理；臺版則是先通過畢氏定理，進而利用「SSS」全等的判別方法說明全等的直角三角形的判定定理。

四、比例線段、相似三角形與位似

中版教材是按照相似三角形和位似的順序來安排比例線段、相似三角形和位似的相關內容（注：中版將比例線段相關知識安排於相似三角形一節中），而臺版則是按照比例線段、縮放，和相似三角形的順序來安排相關內容。可以發現，編排順序的不同會導致中版與臺版關於相似圖形的定義的敘述的不同，進而導致兩版教材關於相似三角形的判定定理的證明方法的不同。其中中版是利用比例線段相關定理構造出相似三角形，將其當做仲介證明相似三角形的判定定理，將位似當做相似圖形的特殊情況，探究其性質；臺版則是直接利用相似圖形定義中的縮放構造相似三角形，將其當做仲介證明定理。

五、點對稱與線對稱

中版分別在 8 年級上第十三章「軸對稱」第二節畫軸對稱圖形仲介紹了關於 x 軸、 y 軸對稱的點的座標特點，在 9 年級上第二十三章「旋轉」第二節中心對稱仲介紹了關於原點對稱的點的座標特點；臺版則集中在 10 年級上第二章「直線與圓」第二節點與直線、直線與直線的關係仲介紹了關於 x 軸、 y 軸，和原點對稱的點的座標特點。可以看到，中版將點對稱與線對稱的座標特點分散安排在初中不同年段的章節中，而臺版則將其集中安排在高中的同一章節裏面。除此之外，兩版教材推導點對稱與線對稱座標特點所利用的方法也有所不同。中版中心對稱和軸對稱的座標特點均是通過對多組對稱點的座標特點歸納總結得到的；臺版點對稱座標特點是利用平行四邊形對角線的性質推導得到的，線對稱座標特點是利用線對稱圖形的性質推導得到的。

六、兩點間的距離公式

中版是在 11 年級上第二章「直線和圓的方程」第三節直線、交點座標與距離公式仲介紹的兩點之間距離公式，而臺版則是在 8 年級上第二章「平方根與畢氏定理」第三節畢氏定理仲介紹的兩點間距離公式。可以看到，中版是將兩點間距離公式放在高中部分進行介紹，而臺版則直接在畢氏定理之後就進行了兩點間距離公式的介紹。除此之外，中版將「平面向量及其應用」一章編排在 10 年級下第六章，即「直線和圓的方程」之前。此舉會導致兩地對於兩點間距離公式的推導方法中雖然都有包含利用畢氏定理的方法，但中版只是在「思考」中提及可以利用畢氏定理推導，將具體方法留給學生思考，

在教材正文中僅詳細敘述利用平面向量的知識推導的方法。

七、直線方程式與兩條直線平行和垂直的判定

中版是按照兩條直線平行和垂直的判定、直線方程式的順序來編排直線平行與垂直的相關內容，而臺版則是按照直線方程式、兩條直線平行和垂直的判定順序來編排相關內容。可以看出，編排順序的不同會導致中版僅包含利用斜率判別兩條直線平行與垂直的方法；而臺版由於將直線方程式安排在兩條直線平行和垂直的判定之前，因此還包含具有平行和垂直關係的兩條直線的一般方程式。除此之外，中版將「三角函數」一章編寫在 10 年級上第五章，即「直線和圓的方程」之前，此舉會導致兩地教材關於斜率定義的敘述的不同，進而導致兩直線平行與垂直判定的說明方法的不同。中版在推導平行和垂直的兩直線的性質和判定方法時利用了斜率的定義、平行的判定，和三角函數的相關知識；臺版則是利用觀察「手腦並用」中軟體跑出來的圖形，歸納總結得到兩直線平行的性質和判定方法，利用斜率的定義和旋轉圖形的座標特點證明出兩直線垂直的性質和判定方法。

對於以上章節編排中提及到的均存在於兩地教材中，但由於章節編排順序的不同導致證明方法不同的性質、判定，和公式之詳細的分析比較，將於本章第六節性質、判定，和公式證明方法之分析比較中進行詳細敘述。

第二節 單元數、教材頁數、布題數和教學活動數之分析比較

本節將針對中國大陸和臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容的單元數、教材頁數、布題數和教學活動數進行分析比較。說明如下。

單元數：本研究於單元數之分析比較中，以兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容之相關單元分別占各自中學教材總單元數之比例，與相關單元分布年級及數量兩方面進行分析比較。單元計數方式與分析範圍如第三章第三節之分析單位所述。

教材頁數：本研究於頁數之分析比較中，以兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容相關單元頁數分別占各自中學課本總頁數之比例進行分析比較。頁數之分析範圍只包括教材本身，不包括目錄、附錄等。

布題數：本研究於布題數之分析比較中，對兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容相關單元之平均每單元布題數和平均每頁布題數進行分析比較。布題計數方式如第三章第三節之分析單位所述。特別注意，T9 上第三章「推理與證明與三角形的心」的第一節推理與證明中的題目既包含平面幾何的題目又包含代數的題目，由於本研究之範圍僅限於平面幾何與坐標幾何，因此僅選取平面幾何的題目進行計數。

教學活動數：本研究於教學活動數之分析比較中，以兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容教學活動數分別占各自中學數學教材總活動數之比例進行分析比較。計數方式以各版本之「教學活動數」為主，中版教材的教學活動是以每單元下「觀察」、「探究」，和「思考」作為間隔，故以此作為計數單位；初中臺版教材的教學活動是以每單元下之「探究活動」作為間隔，高中臺版教材的教學活動是以每單元下之「手腦並用」作為間隔，故分別以上述活動作為計數單位。

依上述說明，將兩地教材依單元數、教材頁數、布題數和教學活動數所占比例整理如表 4-2。

表 4-2 兩地中學數學教材單元數、教材頁數、布題數和教學活動數

項目	版本	C7-C9	T7-T9
平面幾何與坐標幾何相關單元數		11	6+1/12
初中教材總單元數		29	23
平面幾何與坐標幾何相關單元數 占總單元數之比例		37.93%	26.45%
7 年級（平面幾何與坐標幾何 相關單元數）		10（3）	8（1/2+1/2）
8 年級（平面幾何與坐標幾何 相關單元數）		10（5）	9（2+1/3）
9 年級（平面幾何與坐標幾何 相關單元數）		9（3）	6（2+3/4）
		C10-C12	T10-T12
坐標幾何相關單元數		2	1+1/3
高中教材總單元數		18	14
坐標幾何相關單元數占總單元數		11.11%	9.52%

之比例		
10 年級	10 (0)	7 (1)
11 年級	5 (2)	7 (1/3)
12 年級	3 (0)	0
	C7-C9	T7-T9
平面幾何與坐標幾何內容頁數	339	360
初中教材所占總頁數	865	1179
平面幾何與坐標幾何內容頁數占 總頁數之比例	39.19%	30.53%
	C10-C12	T10-T12
坐標幾何內容所占頁數	96	76+12=88
高中教材所占總頁數	912	801
坐標幾何內容頁數占總頁數之比 例	10.53%	10.99%
	C7-C9	T7-T9
平面幾何與坐標幾何布題數	584	660
平面幾何與坐標幾何相關單元數	11	6+1/12
平面幾何與坐標幾何內容所占頁 數	339	360
平面幾何與坐標幾何相關單元之 平均布題數	53.09	108.50
平面幾何與坐標幾何內容之平均 每頁布題數	1.72	1.83
	C10-C12	T10-T12
坐標幾何布題數	292	161
坐標幾何相關單元數	2	1+1/3
坐標幾何內容所占頁數	96	88
坐標幾何相關單元之平均布題數	146	121.05
坐標幾何內容之平均每頁布題數	3.04	1.83
	C7-C9	T7-T9
平面幾何與坐標幾何內容之教學 活動數	122	47

初中教學活動總數	260	110
平面幾何與坐標幾何內容之教學活動數占總活動數之比例	46.92%	42.73%
	C10-C12	T10-T12
坐標幾何內容之教學活動數	54	16
高中教學活動總數	322	157
坐標幾何內容之教學活動數占總活動數之比例	16.77%	10.19%

一、單元數之分析比較

初中階段，中版數學教材不論是總單元數還是平面幾何與坐標幾何之相關單元數都比臺版的多。其中就總單元數來看，中版比臺版多 6 個單元，約是臺版的 1.3 倍；就相關單元數來看，中版比臺版多約 5 個單元，約是臺版的 1.8 倍。就相關單元數占總單元數的比例來看，中版也比臺版高，高大約 11.48%。就相關單元數分布年級與數量來看，中版分布的較分散，在初中各年級均有安排，在 8 年級安排的較多；而臺版則分布的較為集中，在 7 年級僅安排一個單元，剩下的集中安排在 8、9 年級。

高中階段，中版數學教材不論是總單元數還是坐標幾何之相關單元數都比臺版多。其中就總單元數來看，中版比臺版多 4 個單元；就相關單元數來看，兩版教材相差不多，中版僅比臺版多不到 1 個單元。就相關單元數占總單元數的比例來看，兩版教材也相差不多，中版僅比臺版高約 1.59%。就相關單元數分布年級來看，中版較集中分布在 11 年級，而臺版則較分散的分布在 10 年級和 12 年級。

二、頁數之分析比較

初中階段，中版數學教材之平面幾何與坐標幾何內容之頁數與初中數學教材總頁數都比臺版的少。其中就相關內容的頁數來看，兩版教材相差不多，中版僅比臺版少 21 頁；就總頁數來看，兩版教材則相差較多，中版比臺版少 314 頁。但就相關內容頁數占總頁數之比例來看，中版相關內容頁數占總頁數之比例卻比臺版高，高出約 8.66%。

高中階段，中版數學教材坐標幾何內容之頁數與高中教材總頁數都比臺版的多。其中就相關內容的頁數來看，兩版教材相差不多，中版僅比臺版多 8 頁；就總頁數來看，

兩版教材相差多一些，中版比臺版多 111 頁。就相關內容頁數占總頁數之比例來看，兩版教材相差不多，中版相關內容頁數占總頁數之比例比臺版略低，低僅約 0.46%。

三、布題數之分析比較

初中階段，中版數學教材之平面幾何與坐標幾何內容之布題數比臺版的少，少約 76 題。就相關單元之平均布題數來看，由於中版相關內容之佈題數本就比臺版少，又加上中版的相關單元數約為與臺版的二倍，造成中版與臺版相關單元之平均布題數有明顯差距，中版相關單元之平均布題數比臺版少約 55 題，約是臺版相關單元之平均布題數的一半。但就相關內容之平均每頁布題數來看，由於中版相關內容的頁數也比臺版的少，最終導致中版和臺版相關內容之平均每頁布題數相差的並不大。

高中階段，兩版數學教材之坐標幾何內容之布題數相差極大，中版比臺版多 131 題，約是臺版在該部分下布題數的兩倍。就相關單元之平均布題數來看，雖然中版相關內容之布題數比臺版的多近兩倍，但由於臺版相關單元數比中版少約一半，因此相關單元之平均布題數相差並不多，中版僅比臺版多約 25 題。就相關內容之平均每頁布題數來看，由於兩版教材相關內容的頁數相差不多，導致中版的相關內容之每頁平均布題數比臺版的多，為臺版的約 1.6 倍。

除此之外，我們還可以看到，不論是中國大陸還是臺灣，初中階段相關單元之平均布題數和相關內容之平均每頁布題數都比高中階段的少。

四、活動數之分析比較

初中階段，我們發現中版不論是總教學活動數還是平面幾何與坐標幾何內容之教學活動數都明顯比臺版的多。就總教學活動數來看，中版比臺版多約 150 個，約是臺版的 2.4 倍；就相關內容的教學活動數來看，中版比臺版多 75 個，約是臺版的 2.6 倍。正因如此，儘管兩地教學活動數相差很大，但就相關內容的教學活動數占比來看，兩版教材的比例相差並不多，中版比臺版高約 4.19%。

就高中階段來看，我們發現中版無論是總教學活動數還是坐標幾何內容之教學活動數都比臺版多。就總教學活動數來看，中版比臺版多 165 個，約是臺版的 2 倍；就該部

分下的教學活動數來看，中版比臺版多 38 個，約是臺版的 3.4 倍。就相關內容的教學活動數占比來看，中版坐標幾何之教學活動數比例也比臺版的高，高出約 6.58%。

第三節 教材布題認知需求層次之分析比較

研究者在閱讀過中國大陸與臺灣中學數學教材，並查閱了與教材相關的其他部分的論文後，發現針對平面幾何與坐標幾何內容兩地中學數學教材研究其布題認知需求層次是很必要的。本節將先對兩地初中數學教材之平面幾何與坐標幾何內容之布題認知需求層次進行個別分析和綜合比較，再對兩地高中數學教材之坐標幾何內容之布題認知需求層次進行個別分析和綜合比較。內容分述如下。

一、初中數學教材之布題認知需求層次

(一) 中版

研究者依照第三章第三節內容分析之單位與類目，將中版初中數學教材平面幾何與坐標幾何內容之主題類目之布題，按照認知需求層次類目進行統計整理如表 4-3。

表 4-3 中版初中數學教材布題認知需求層次

認知需求層次 主題	記憶性問題	無聯繫的程 序性問題	有聯繫的 程序性問 題	做數學的 問題	總題數
簡單圖形	66	76	0	7	149
三角形	26	99	27	8	160
四邊形	10	23	22	8	63
多邊形	8	19	0	0	27
圓	23	27	23	11	84
圖形的變化	24	13	2	3	42
坐標幾何初步	37	18	4	0	59
總題數	194	275	78	37	584
比例	33.2%	47.1%	13.4%	6.3%	100%

如表呈現之結果，中版初中數學教材平面幾何與坐標幾何內容之主題類目布題認知

需求層次，就整體布題數來說是以無聯繫的程序性問題為主，約占總布題數的一半；記憶型問題為輔；做數學的問題布題數最少，僅為總題數的 6.3%。而就各主題類目的布題認知需求層次來說，簡單圖形的布題集中於記憶性問題與無聯繫的程序性問題；三角形、多邊形，和圓的布題集中於無聯繫的程序性問題；四邊形的布題集中於無聯繫的程序性問題和有聯繫的程序性問題；圖形的變化和坐標幾何初步的布題集中於記憶性問題。可以看到，做數學問題很少的分布在個別主題類目中。

(二) 臺版

研究者依照第三章第三節內容分析之單位與類目，將臺版初中數學教材平面幾何與坐標幾何內容之主題類目之布題，按照認知需求層次類目進行統計整理如表 4-4。

表 4-4 臺版初中數學教材布題認知需求層次

認知需求層次 主題	記憶性問題	無聯繫的程 序性問題	有聯繫的 程序性問 題	做數學的 問題	總題數
簡單圖形	14	70	14	0	98
三角形	60	103	36	1	200
四邊形	12	34	23	5	74
多邊形	16	13	0	0	29
圓	15	64	36	1	116
圖形的變化	6	15	0	7	28
坐標幾何初步	48	60	7	0	115
總題數	171	359	116	14	660
比例	25.9%	54.4%	17.6%	2.1%	100%

如表呈現之結果，臺版初中數學教材平面幾何與坐標幾何內容之主題類目布題認知需求層次，就整體布題數來說是以無聯繫的程序性問題為主；做數學問題極少，僅為總題數的 2.1%。而就各主題類目的布題認知需求來說，簡單圖形、三角形、四邊形、圓、圖形的變化，和坐標幾何初步等主題類目的布題均集中於無聯繫的程序性問題；多邊形的布題集中於記憶性問題和無聯繫的程序性問題。雖然沒有主題類目的布題集中於有聯繫的程序性問題，但三角形、圓等主題類目中都有較多的布題為有聯繫的程序性問題，而做數學問題極少的分布在個別主題類目中。

(三) 兩地初中數學教材之布題認知需求層次之分析比較

整理以上兩小節的結果如表 4-5。

表 4-5 兩地初中數學教材布題認知需求層次

版本	中版	臺版
認知需求層次		
記憶性問題	33.2%	25.9%
無聯繫的程序性問題	47.1%	54.4%
有聯繫的程序性問題	13.4%	17.6%
做數學的問題	6.3%	2.1%

如表呈現之結果，兩版教材之平面幾何與坐標幾何內容之各認知需求層次之布題所佔比例較為相似。不論是臺版還是中版初中階段的教材，布題認知需求層次均有集中分布之情形，且布題數量多以無聯繫的程序性問題為主，接下來依次為記憶性問題和有聯繫的程序性問題，分布在做數學問題的最少。

二、高中數學教材之布題認知需求層次

(一) 中版

研究者依照第三章第三節內容分析之單位與類目，將中版高中數學教材坐標幾何內容之主題類目之布題，按照認知需求層次類目進行統計整理如表 4-6。

表 4-6 中版高中數學教材布題認知需求層次

認知需求層次 主題	記憶性問題	無聯繫的程 序性問題	有聯繫的 程序性問 題	做數學的 問題	總題數
直線和圓	46	88	30	5	169
圓錐曲線	38	56	24	5	123
總題數	84	144	54	10	292
比例	28.8%	49.3%	18.5%	3.4%	100

如表呈現之結果，中版高中坐標幾何內容之布題認知需求層次，就整體布題數來說是以無聯繫的程序性問題為主；做數學的問題之布題數極少，僅為總布題數的 3.4%。而就各主題類目的布題認知需求來說，直線和圓與圓錐曲線的布題都集中於無聯繫的程序性問題。記憶性、有聯繫的程序性問題，和做數學問題在各主題類目中皆有布題，其中

做數學問題在各主題類目中只有少許布題。

(二) 臺版

研究者依照第三章第三節內容分析之單位與類目，將臺版高中數學教材坐標幾何內容之主題類目，按照認知需求層次類目進行統計整理如表 4-7。

表 4-7 臺版高中數學教材布題認知需求層次

認知需求層次 主題	記憶性問題	無聯繫的程 序性問題	有聯繫的 程序性問 題	做數學的問題	總題數
直線和圓	9	86	37	6	138
圓錐曲線	22	1	0	0	23
總題數	31	87	37	6	161
比例	19.3%	54.0%	23.0%	3.7%	100

如表呈現之結果，臺版坐標幾何內容之布題認知需求層次，就整體布題數來說主要是以無聯繫的程序性問題為主；做數學問題之布題數極少，僅為總比題數的 3.7%。而就各主題類目的布題認知需求來說，直線和圓之布題集中於無聯繫的程序性問題；而圓錐曲線之布題集中於記憶性問題。有聯繫的程序性問題和做數學問題在直線與圓中有部分布題，在圓錐曲線中則沒有布題。

(三) 兩地高中數學教材之布題認知需求層次之分析比較

整理以上兩小節的結果如表 4-8。

表 4-8 兩地高中數學教材布題認知需求層次

認知需求層次	中版	臺版
記憶性問題	28.8%	19.3%
無聯繫的程序性問題	49.3%	54%
有聯繫的程序性問題	18.5%	23%
做數學的問題	3.4%	3.7%

如表呈現之結果，不論是臺版還是中版初中階段的教材，布題認知需求層次都有集中分布之情形，且就布題數量來看以無聯繫的程序性問題為主，分布在做數學的部分最少。不同點在於中版相對於臺版分布在記憶性問題的布題比例較高，分布在有聯繫的程

序性問題的布題比例較低。且對比兩地中學數學教材布題認知需求層次，不論是大陸還是臺灣，高中的高認知需求層次之比例相較於初中，均更高。

第四節 未完全對應的章節

本節將結合中國大陸與臺灣的《標準》和《綱要》，與兩地中學數學教材平面幾何與坐標幾何之相關章節的編排順序表，針對本章第一節中提到的未完全對應出現在兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容的相關章節進行分析比較。

首先，以表 4-9 說明兩地中學數學教材之平面幾何和坐標幾何相關章節中未完全對應的章節。以「✓」表示存在。

表 4-9 兩地中學數學教材下未完全對應的章節

版本 章節	中版	臺版
二元一次方程式的圖形		✓
角的比較與運算	✓	
平移	✓	
重心		✓
三角形的穩定性	✓	
等邊三角形	✓	
三角形的邊角關係		✓
箏形		✓
梯形		✓
旋轉	✓	
弦心距		✓
弧的度數		✓
外心		✓
內心		✓
正多邊形和圓	✓	
比例線段		✓
相似多邊形		✓
直線方程的幾種形式	✓	
分點公式		✓
二元一次不等式		✓
切線與圓		✓
點與圓的關係		✓
圓與圓的位置關係	✓	

由於篇幅原因，以下將分別從兩地中學數學教材平面幾何與坐標幾何內容的 9 個主題類目的章節中，選取幾個具有代表性的未完全對應的章節進行分析。分別為二元一次方程式的圖形、角的比較與運算、等邊三角形、梯形、弧的度數、正多邊形和圓、比例線段、分點公式、點與圓的關係、圓與圓的位置關係。

一、二元一次方程式的圖形：中版與臺版對於二元一次方程式的圖形的敘述異同如下。

中版數學教材在平面幾何與座標幾何內容中，沒有安排與二元一次方程式的圖形相關的內容，關於二元一次方程式解的圖形及二元一次聯立方程式的解的幾何意義的相關內容是放在 8 年級下第十九章「一次函數」的第二節一次函數之一次函數與方程、不等式介紹的，如圖 4-1。

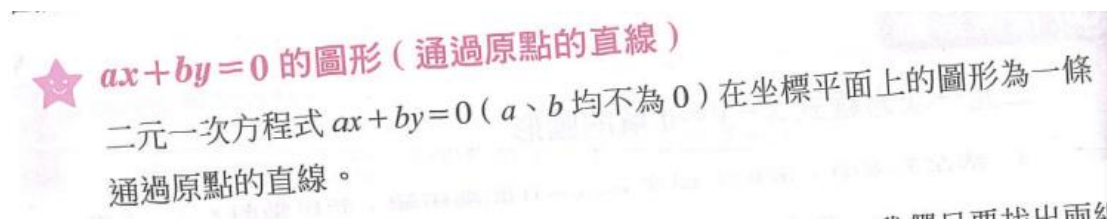
一般地，因为每个含有未知数 x 和 y 的二元一次方程，都可以改写为 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$) 的形式，所以每个这样的方程都对应一个一次函数，于是也对应一条直线。这条直线上每个点的坐标 (x, y) 都是这个二元一次方程的解。

由上可知，由含有未知数 x 和 y 的两个二元一次方程组成的每个二元一次方程组，都对应两个一次函数，于是也对应两条直线。从“数”的角度看，解这样的方程组，相当于求自变量为何值时相应的两个函数值相等，以及这个函数值是多少；从“形”的角度看，解这样的方程组，相当于确定两条相应直线交点的坐标。因此，我们可以用画一次函数图象的方法得到方程组的解。

圖 4-1 中版教材之二元一次方程式解的圖形及幾何意義

資源來源：採自 C8 下 (頁 98)

臺版則是在 7 年級下第一章「二元一次聯立方程式及其圖形」建立了直角坐標平面後，在第四節二元一次方程式的圖形中，利用描點法得到幾種不同形式的二元一次方程式的圖形，如圖 4-2。並在此之後介紹了有關二元一次方程式的圖形的應用及二元一次聯立方程解的幾何意義。



★ $ax+by=c$ 的圖形（不通過原點的直線）

二元一次方程式 $ax+by=c$ (a 、 b 、 c 均不為 0) 在坐標平面上的圖形為一條不通過原點的直線。

★ $ax=c$ 的圖形（鉛垂線）

方程式 $ax=c$ (a 不為 0) 的圖形為一條通過 $(\frac{c}{a}, 0)$ 且垂直於 x 軸的鉛垂線。

3

★ $by=c$ 的圖形（水平線）

方程式 $by=c$ (b 不為 0) 的圖形為一條通過 $(0, \frac{c}{b})$ 且垂直於 y 軸的水平線。

圖 4-2 臺版教材之二元一次方程式的圖形

資源來源：採自 T7 下（頁 56、57、59）

二、角的比較與運算：中版與臺版對於角的比較與運算的敘述異同如下。

中版在 7 年級上第四章「幾何圖形初步」的第三節角中，介紹了角的單位與換算制度，並在此之後介紹了角的比較方法，如圖 4-3。

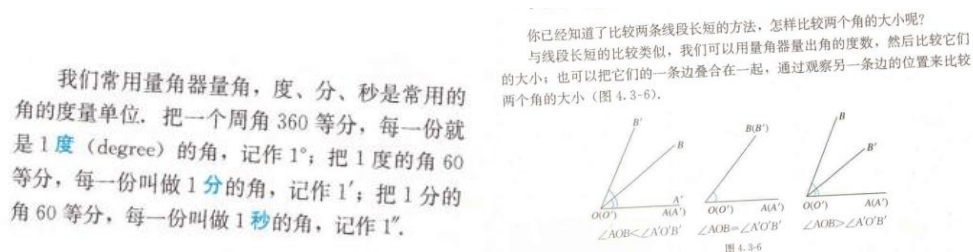


圖 4-3 中版教材之角的單位與換算制度與角的比較方法

資源來源：採自 C7 上（頁 133、134）

臺版中學數學教材並沒有安排與角的比較與運算相關的內容。

三、等邊三角形：中版與臺版對於等邊三角形的敘述異同如下。

中版在 8 年級上第十三章「軸對稱」的第三節等腰三角形中，在介紹完等腰三角形之後，引入了特殊的等腰三角形——等邊三角形。在此之後，利用等腰三角形的性質和判定定理，進一步得到等邊三角形的性質和判定定理，如圖 4-4。接下來由以上性質，

利用「探究」中的兩個直角三角板，得到「直角三角形，如果一個銳角等於 30° ，那麼它所對的直角邊等於斜邊的一半」的性質，如圖 4-5。

由等腰三角形的性質和判定方法，可以得到：
 等邊三角形的三個內角都相等，並且每一個角都等於 60° 。
 三個角都相等的三角形是等邊三角形。
 有一個角是 60° 的等腰三角形是等邊三角形。

圖 4-4 中版教材之等邊三角形的性質和判定定理
 資源來源：採自 C8 上（頁 79）

探究

如图 13.3-8，将两个含 30° 角的三角尺摆放在一起，你能借助这个图形，找到 $Rt\triangle ABC$ 的直角边 BC 与斜边 AB 之间的数量关系吗？

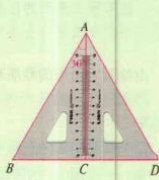


图 13.3-8

$\triangle ADC$ 是 $\triangle ABC$ 的轴对称图形，因此 $AB = AD$ ， $\angle BAD = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ ，从而 $\triangle ABD$ 是一个等边三角形。再由 $AC \perp BD$ ，可得 $BC = CD = \frac{1}{2}AB$ 。于是我们得到：

在直角三角形中，如果一个锐角等于 30° ，那么它所对的直角边等于斜边的一半。

圖 4-5 中版教材之直角三角形的邊角關係性質定理
 資源來源：採自 C8 上（頁 80、81）

臺版在 8 年級下第三章「三角形全等」的第四節全等三角形的應用的等腰三角形的性質之後並沒有安排與等邊三角形的性質和判定方法及衍生性質相關的內容。

四、梯形：中版與臺版對於梯形的敘述異同如下。

中版在 8 年級下第十八章「平行四邊形」的第二節特殊的平行四邊形中完全沒有提到梯形的相關內容。

臺版在 8 年級下第四章「平行四邊形」的第三節特殊的四邊形中介紹了梯形，包括梯形的各部分名稱、梯形中線的性質，和等腰梯形的性質等，如圖 4-6, 4-7, 4-8。

(一) 梯形的各部分名稱

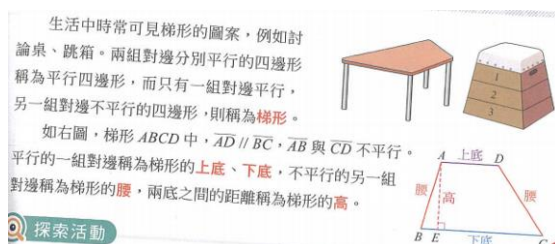


圖 4-6 臺版教材之梯形的各部分名稱

資源來源：採自 T8 下（頁 201）

(二) 梯形中線的性質

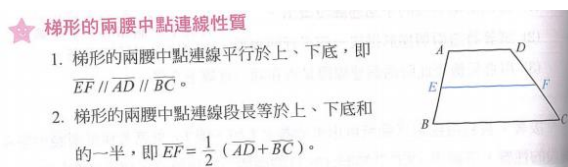


圖 4-7 臺版教材之梯形中線的性質

資源來源：採自 T8 下（頁 202）

(三) 等腰梯形的性質等

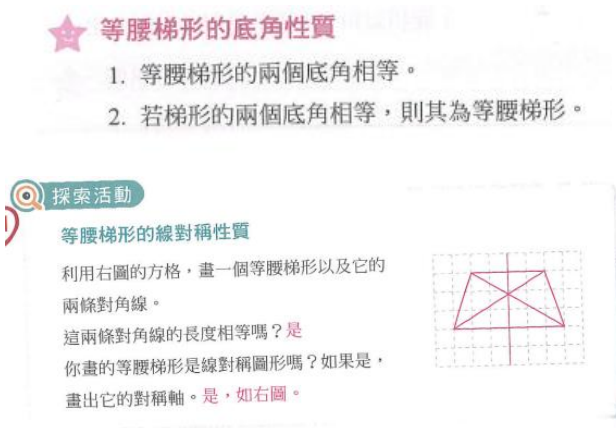


圖 4-8 臺版教材之等腰梯形的性質

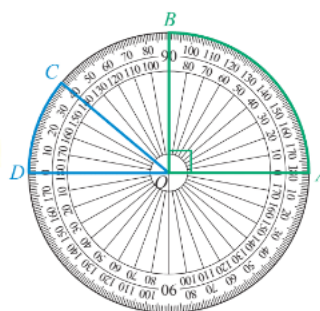
資源來源：採自 T8 下（頁 204、206）

五、弧的度數：中版與臺版對於弧的度數的敘述異同如下。

中版在 9 年級上第二十四章「圓」中並沒有安排與弧的度數相關的內容。臺版在 9 年級上第二章「圓的性質」第二節弧與圓周角中給出了弧的度數的定義，如圖 4-9。並在此之後利用弧的度數定義等弧，證明等弧對等弦的性質定理。需要注意的是，由於中

版沒有關於弧的定義，因此兩地教材關於等弧對等弦的這一性質定理的證明方法有所不同。

想一想弧的度數要怎麼規定？我們將兩個量角器拼成一個圓後，可以觀察兩組 0 到 180 的小刻度，這些小刻度將量角器外緣的圓周分成 360 等分，其中每一等分的弧所對的圓心角都是 1 度，也就是說每一等分弧的度數都是 1 度。例如：右圖中，



\widehat{AB} 所對的圓心角 $\angle AOB$ 為 90° ，

因此 \widehat{AB} 的度數也是 90° 。

同理 \widehat{CD} 的度數是 40° ，習慣上 \widehat{CD} 的度數也用 \widehat{CD} 表示，即 $\widehat{CD} = 40^\circ$ 。

由於 \widehat{CD} 代表弧本身，也代表弧的長度與度數，可以根據前後文判斷它代表的意義。



弧的度數

一弧的度數等於所對圓心角的度數。

圖 4-9 臺版教材之弧的度數的定義

資源來源：採自 T9 上（頁 112）

六、正多邊形與圓：中版與臺版對於正多邊形與圓的敘述異同如下。

中版在 9 年級上第二十四章「圓」的第三節正多邊形與圓中介紹了正多邊形和它的外接圓的組合圖形的各部分名稱，如圖 4-10。在此之後，介紹了如何利用正多邊形和圓的性質解決問題和如何用圓的性質畫圓內正多邊形等內容。

我们把一个正多边形的外接圆的圆心叫做这个正多边形的中心，外接圆的半径叫做正多边形的半径，正多边形每一边所对的圆心角叫做正多边形的中心角，中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的边心距（图 24.3-3）。



图 24.3-3

圖 4-10 中版教材之正多邊形與圓的各部分名稱

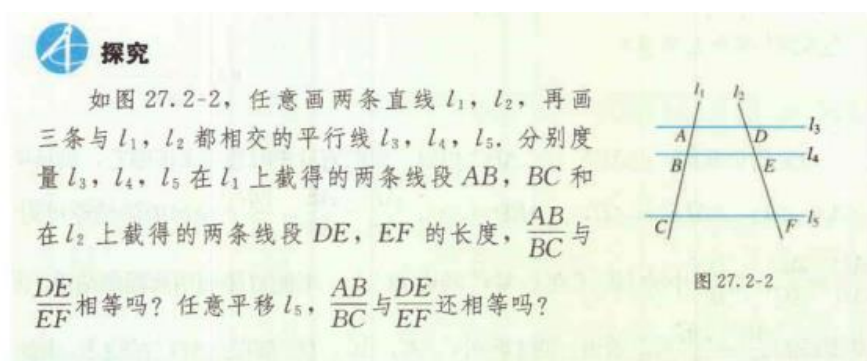
資源來源：採自 C9 上（頁 105）

臺版數學教材並沒有安排與正多邊形與圓相關的內容。

七、比例線段：中版與臺版對於比例線段的敘述異同如下。

中版中學數學教材沒有關於比例線段完整的一節，僅僅是在 9 年級下第二十七章「相

似」第二節相似三角形中，為簡便相似三角形判定方法，在「探究」中通過度量平行線上被截的線段，得到平行線分線段成比例的基本事實，如圖 4-11。在此之後，利用此基本事實證明其他相似三角形的判定定理。



探究

如图 27.2-2，任意画两条直线 l_1, l_2 ，再画三条与 l_1, l_2 都相交的平行线 l_3, l_4, l_5 ，分别度量 l_3, l_4, l_5 在 l_1 上截得的两条线段 AB, BC 和在 l_2 上截得的两条线段 DE, EF 的长度， $\frac{AB}{BC}$ 与 $\frac{DE}{EF}$ 相等吗？任意平移 l_5 ， $\frac{AB}{BC}$ 与 $\frac{DE}{EF}$ 还相等吗？

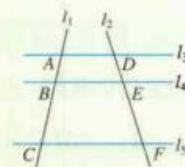


图 27.2-2

可以发现，当 $l_3 \parallel l_4 \parallel l_5$ 时，有 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ ， $\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$ ， $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$ ，

$$\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF} \text{ 等.}$$

一般地，我们有平行线分线段成比例的基本事实：

两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例。

圖 4-11 中版教材之平行線分線段成比例之「探究」

資源來源：採自 C9 下（頁 29、30）

臺版在 9 年級上第一章「比例線段與相似形」第二節比例線段之平行線截比例線段的「探索活動」中，利用探究三角形面積的方法說明平行線截比例線段成比例的性質，如圖 4-12。在此之後，陸續介紹平行線截比例線段的應用和利用比例線段成比例判定兩直線平行等知識，並用以上知識說明縮放圖形的性質，進而說明相似形的性質。其中利用比例線段成比例判定兩直線平行僅出現在臺版教材中，如圖 4-13。

探索活動

平行線截比例線段(1)

如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，已知 $DE \parallel BC$ ，且 $\overline{AD} : \overline{DB} = a : b$ 。

(1) 求 $\triangle ADE$ 面積： $\triangle DEB$ 面積=？

(2) $\triangle BDE$ 與 $\triangle CDE$ 的面積是否相等？

(3) 求 $\triangle ADE$ 面積： $\triangle CDE$ 面積=？

(4) 求 $\overline{AE} : \overline{EC} = ?$

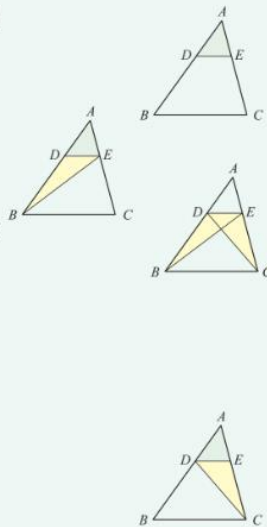


圖 4-12 臺版教材之平行線截比例線段之「探索活動」

資源來源：採自 T9 上（頁 23）



由比例線段判別平行線

如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上。如果下面三個比例式有一個成立，

(1) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 。

(2) $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 。

(3) $\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{AC} : \overline{EC}$ 。

則 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。

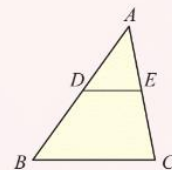


圖 4-13 臺版教材之比例線段成比例判定兩直線平行

資源來源：採自 T9 上（頁 26）

八、分點公式：中版與臺版對於分點公式的圖形的敘述異同如下。

中版中學數學教材在平面幾何與座標幾何內容中，並沒有安排與分點公式相關的知識，此公式被安排在 10 年級下第六章「平面向量及其應用」的第三節平面向量基本定理及座標表示一節的例題中，利用向量的線性運算和座標表示的方法推導出中點和三等分點的分點公式，並將一般的分點公式放在「探究」中，留給學生思考。


臺版在 10 年級上第二章「圓與直線」的第一節直線方程式之分點公式中介紹了包括數線上的分點公式和坐標平面上的分點公式，如圖 4-14, 4-15。需要注意的是，在推導

坐標平面的分點公式的時候，利用平行線截比例線段的性質。

一般而言，設數線上相異兩點 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，其中 $a < b$ ，若點 $P(x)$ 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = m : n$ ，如圖 2-1-19 所示，則 P 點的坐標 x 滿足

$$\frac{x-a}{b-x} = \frac{m}{n}$$

得 $n(x-a) = m(b-x)$ ，
因此 $nx + mx = na + mb$ ，
故 $x = \frac{na + mb}{m+n}$ 。



當 $a > b$ 時，上式仍成立。

圖 4-14 臺版教材之分點公式 1

資源來源：採自 T10 上（頁 81）

7 講重點 KEY POINT

設坐標平面上相異兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，若點 P 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = m : n$ ，則 P 點坐標為 $(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n})$ 。

圖 4-15 臺版教材之分點公式 2

資源來源：採自 T10 上（頁 82）

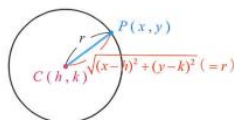
九、點與圓的關係：中版與臺版對於點與圓的關係的敘述異同如下。

中版中學數學教材並未單獨將點與圓的關係放在獨立的一節中進行介紹，而是將其安排在 11 年級上第二章「直線和圓的方程」的第四節圓的方程之圓的標準方程之例題中，通過已知點與圓的方程判定點與圓的位置關係的例題，來探討判別方法。

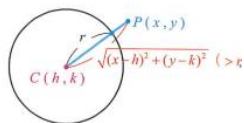
臺版在 10 年級上第二章「圓與直線」第四節點、直線與圓的關係之點與圓的關係中，先介紹了用點的座標和圓的方程式判定點與圓位置的方法，如圖 4-16，在此之後列舉例題和練習進一步應用上述判別方法。除此之外，還介紹了中版教材中所未提及的求圓內、外一點到圓上點的最長或最短距離的方法，如圖 4-17。

一般而言，經由簡單的推導，我們可以得到下面的結論：若圓 C 的圓心坐標為 $C(h, k)$ 、半徑為 r ，點 P 的坐標為 (x, y) ，則：

- (1) 若 $P(x, y)$ 是圓 C 上的一點，則 $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ ，反之亦然。
- (2) 若 $P(x, y)$ 是圓 C 外的一點，則 $(x-h)^2 + (y-k)^2 > r^2$ ，反之亦然。
- (3) 若 $P(x, y)$ 是圓 C 內的一點，則 $(x-h)^2 + (y-k)^2 < r^2$ ，反之亦然。



◎ 圖 2-4-3



◎ 圖 2-4-4

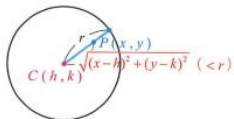
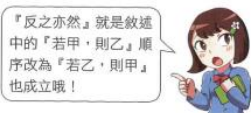


圖 4-16 臺版教材之判定點與圓位置的方法

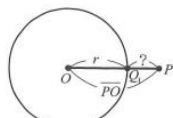
資源來源：採自 T10 上（頁 119）

(1) 當要求圓外一點 P 到圓 O 上的點之最短或最長距離時，

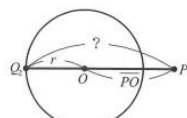
已知 r 與 \overline{PO} ：

最短 $\overline{PQ}_1 = \overline{PO} - r$ ；

最長 $\overline{PQ}_2 = \overline{PO} + r$ 。



◎ 圖 2-4-8(a)



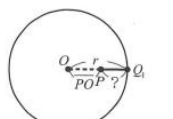
◎ 圖 2-4-8(b)

(2) 當要求圓內一點 P 到圓 O 上的點之最短或最長距離時，

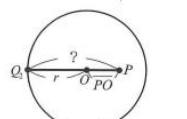
已知 r 與 \overline{PO} ：

最短 $\overline{PQ}_1 = r - \overline{PO}$ ；

最長 $\overline{PQ}_2 = r + \overline{PO}$ 。



◎ 圖 2-4-9(a)



◎ 圖 2-4-9(b)

圖 4-17 臺版教材之求圓內、外一點到圓上點的最長或最短距離的方法

資源來源：採自 T10 上（頁 121）

十、圓與圓的位置關係：中版與臺版對於圓與圓的位置關係的敘述異同如下。

中版在 11 年級上第二章「直線與圓」的方程的第五節，利用 9 年級上第二十四章「圓」的章後「實驗與探究」圓與圓的位置關係，如圖 4-18，給出判別圓與圓的位置關係的方法，並在此之後通過例題與練習對其進行應用以幫助學生消化理解。臺版教材並未安排與圓與圓的位置關係的相關內容。

圆和圆的位置关系

前面我们学习了点和圆、直线和圆的位置关系，下面我们来研究圆和圆的位置关系。在两张透明的纸上分别画两个半径不同的圆 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ ，把两张纸叠合在一起，固定其中一张，移动另一张，可以发现， $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的位置可能出现以下几种情况（图1）。

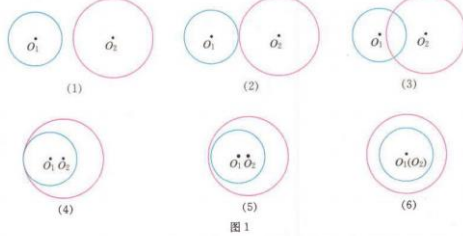


图1

如果两个圆没有公共点，那么就说这两个圆相离，如图1中(1)(5)(6)所示。其中(1)叫做外离，(5)(6)叫做内含，(6)中两圆的圆心相同是两圆内含的一种特殊情况。如果两个圆只有一个公共点，那么就说这两个圆相切，如图1中(2)(4)所示。其中(2)叫做外切，(4)叫做内切。如果两个圆有两个公共点，那么就说这两个圆相交，如图1中(3)所示。

类似于研究点和圆、直线和圆的位置关系，我们也可以用两圆的半径和两圆的圆心距（两圆圆心的距离）来刻画两圆的位置关系。如果两圆的半径分别为 r_1 和 r_2 （ $r_1 < r_2$ ），圆心距为 d ，请你利用 d 与 r_1 和 r_2 之间的关系讨论两圆的位置关系，并完成下表：

两圆的位置关系	d 与 r_1 和 r_2 之间的关系
外离	$d > r_1 + r_2$
外切	
相交	
内切	
内含	

圆和圆的各种位置关系在生活中随处可见（图2），你还能再举出一些例子吗？

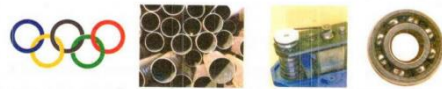


图2

圖 4-18 中版教材之判別圓與圓的位置關係的方法

資源來源：採自 C9 上（頁 103、104）

第五節 概念引入方式之分析比較

研究者在閱讀過中國大陸與臺灣中學數學教材，並查閱了與教材相關的論文後，發現兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容中的一些概念在引入方式上存在明顯差異，因此研針對兩地中學數學教材之概念引入方式的研究是很有必要的。本節將針對這些引入方式不同的概念進行分析比較。

首先，以表 4-10 說明兩地中學數學教材之平面幾何和坐標幾何內容中引入方式不同的概念及其對應的引入方式。

表 4-10 兩地中學數學教材概念引入方式

概念	版本	中版	臺版
中點		直接引入	實際操作
角平分線		數學問題	實際操作
餘角		數學問題	實際問題
補角		溫故知新	數學問題
對頂角		數學問題	直接引入
平行線		數學問題	實際問題
外角		直接引入	實際問題
平面直角坐標系		溫故知新	直接引入

多邊形	實際問題	直接引入
正多邊形	溫故知新	直接引入
全等三角形	實際操作	直接引入
軸對稱圖形 (線對稱圖形)	實際問題	直接引入
垂直平分線	數學問題	實際操作
等腰三角形	實際操作	溫故知新
平行四邊形	實際問題	直接引入
中心對稱(點對稱)	數學問題	直接引入
相似圖形	實際問題	溫故知新
斜率	溫故知新	實際操作
橢圓、雙曲線、拋物線	實際操作	實際問題

由於篇幅原因，以下將從兩地中學數學教材之平面幾何與座標幾何內容中，除圓外的 8 個主題類目中各選取一個概念，對他們的概念引入方式進行分析比較。分別為平行線、外角、軸對稱圖形(線對稱圖形)、平行四邊形、中心對稱(點對稱)、相似圖形、斜率，和橢圓。(因為圓主題下各概念的引入方式大致相同，所以沒寫圓主題下的概念。)

一、中國大陸

(一) 平行線概念的引入方式

思考

如图 5.2-1，分别将木条 a 、 b 与木条 c 钉在一起，并把它们想象成在同一平面内两端可以无限延伸的三条直线。转动 a ，直线 a 从在 c 的左侧与直线 b 相交逐步变为在 c 的右侧与 b 相交。想象一下，在这个过程中，有没有直线 a 与直线 b 不相交的位置呢？

图 5.2-1

可以发现，在木条转动过程中，存在直线 a 与 b 不相交的情形，这时我们说直线 a 与 b 互相平行 (parallel)，记作 $a \parallel b$ 。

平行线在生活中是很常见的 (图 5.2-2)，你还能举出其他一些例子吗？

在同一平面内，不重合的两条直线只有两种位置关系：相交和平行。

圖 4-19 中版教材之平行線概念的引入

資源來源：採自 C7 下 (頁 11)

如圖 4-19，中版在引入平行線概念時，先在「思考」中將木條 a, b, c 類比成直線，通過想像木條 a 在轉動過程中是否存在與木條 b 不相交的位置，來思考直線 a 在平面上是否存在與直線 b 不相交的位置的數學問題。通過該「思考」以及所給出的圖示，我們發現直線 a, b 存在不相交的位置關係，並由此總結出平行的定義及符號表示。最後讓學生列舉出平行線在日常生活中的例子。綜上，中版平行線的概念是由數學問題引入的。

(二) 外角概念的引入方式

如圖 4-20，中版在引入外角的概念時，先在文字右邊給出一個三角形外角的示意圖，在圖示中標出 $\angle ACD$ ，意為 $\angle ACD$ 為三角形的外角，使學生有更為直觀的感受。並在此基礎上給出三角形外角的定義。綜上，中版外角的概念是直接引入的。

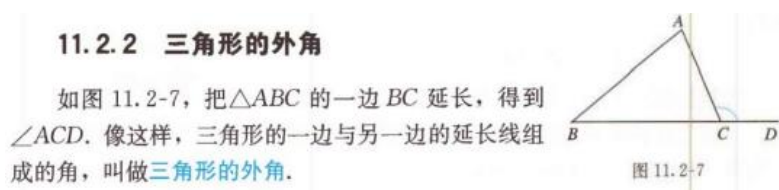


圖 4-20 中版教材之外角概念的引入

資源來源：採自 C8 上（頁 14）

(三) 軸對稱圖形概念的引入方式



圖 4-21 中版教材之軸對稱圖形概念的引入

資源來源：採自 C8 上（頁 58）

如圖 4-21，中版在引入軸對稱圖形的概念時，先列舉出折剪出的窗花這一現實例子，讓學生通過觀察，對軸對稱圖形有一個直觀的感受。在此之後，利用數學語言描述軸對

稱圖形的概念和對稱軸。最後讓學生仿照以上例子和定義舉出軸對稱圖形的例子。綜上，中版相似圖形的概念是通過實際問題引入的。

(四) 平行四邊形概念的引入方式

如圖 4-22，中版在引入平行四邊形的概念時，通過列舉社區伸縮門、庭院的竹籬笆，和載重汽車的防護欄等生活中常見的平行四邊形的例子，讓學生在腦海對平行四邊形有一個直觀的感受，並讓學生仿照以上例子再舉例。在此之後，用數學語言描述平行四邊形的定義，並給出符號表示。綜上，中版平行四邊形的概念是通過實際問題引入的。

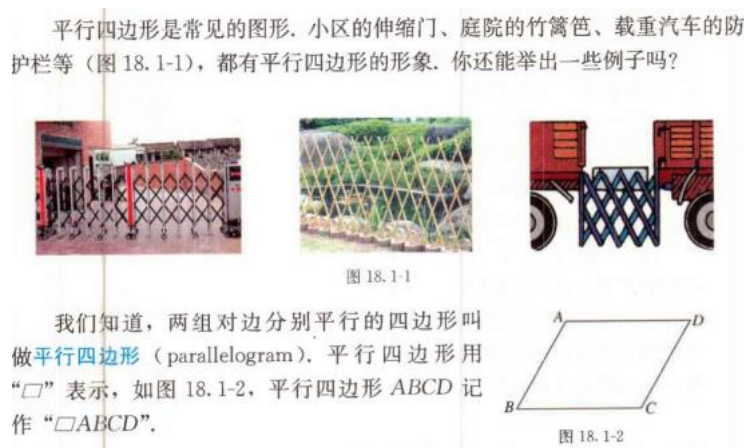


圖 4-22 中版教材之平行四邊形概念的引入

資源來源：採自 C8 下（頁 41）

(五) 中心對稱概念的引入方式

如圖 4-23，中版在引入中心對稱的概念時，在「思考」中分別用兩個例子，向學生提出將一個圖形旋轉 180° 有什麼發現的數學問題。通過這個「思考」，可以發現以上兩個例子中給的圖形旋轉 180° 後都可以與原圖形重合。在此基礎上給出中心對稱、對稱中心，和對稱點的定義。最後將這些定義與「思考」中的例 2 一一對應，幫助學生進一步理解上述概念。綜上，中版中心對稱的概念是通過數學問題引入的。

思考

(1) 如图 23.2-1, 把其中一个图案绕点 O 旋转 180° , 你有什么发现?

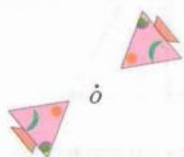


图 23.2-1

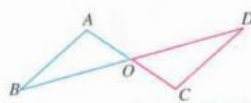


图 23.2-2

(2) 如图 23.2-2, 线段 AC , BD 相交于点 O , $OA=OC$, $OB=OD$. 把 $\triangle OCD$ 绕点 O 旋转 180° , 你有什么发现?

可以发现, 图 23.2-1 中的一个图案旋转后两个图案互相重合; 图 23.2-2 中, 旋转后 $\triangle OCD$ 也与 $\triangle OAB$ 重合. 像这样, 把一个图形绕着某一点旋转 180° , 如果它能够与另一个图形重合, 那么就说这两个图形关于这个点对称或中心对称 (central symmetry), 这个点叫做对称中心 (简称中心). 这两个图形在旋转后能重合的对应点叫做关于对称中心的对称点. 例如, 图 23.2-2 中 $\triangle OCD$ 和 $\triangle OAB$ 关于点 O 对称, 点 C 与点 A 是关于点 O 的对称点.

你还能指出其他对称点吗?

圖 4-23 中版教材之中心對稱概念的引入

資源來源: 採自 C9 上 (頁 64)

(六) 相似圖形概念的引入方式

图 27.1-1 中有汽车和它的模型, 也有大小不同的足球, 还有同一张底版洗出的不同尺寸的照片, 以及排版印刷时使用不同字号排出的相同文字. 所有这些, 都给我们以形状相同的形象. 我们把形状相同的图形叫做相似图形 (similar figures).

你能再举出一些相似图形的例子吗?



相似图形

相似图形

相似图形

相似图形

圖 4-24 中版教材之相似圖形概念的引入

資源來源: 採自 C9 下 (頁 24)

如圖 4-24, 中版在引入相似圖形的概念時, 先是通過列舉汽車與模型、大小不同的足球, 和排版印刷時不同字型大小的相同文字等生活中的例子, 使學生對形狀相同的圖

形有一些直觀理解，之後在此基礎上歸納總結出相似圖形的定義，最後在一旁提出讓學生列舉相似圖形的要求。綜上，中版相似圖形的概念是通過實際問題引入的。

(七) 斜率概念的引入方式

如圖 4-25，中版在引入斜率的概念之前學習了三角函數的相關知識，在引入概念時，先從形上介紹直線相對於 x 軸的傾斜程度的傾斜角，之後將傾斜角附以正切值，最後從數上給出直線相對於 x 軸的傾斜程度的斜率的定義。綜上，中版斜率的概念是由溫故知新引入的。

綜上可知，直線 l 的傾斜角 α 與直線 l 上的兩點 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ ($x_1 \neq x_2$) 的坐標有如下關係：

$$\tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad ①$$

我們把一條直線的傾斜角 α 的正切值叫做這條直線的斜率 (slope)。斜率常用小寫字母 k 表示，即

$$k = \tan \alpha. \quad ②$$

日常生活中常用“坡度”表示傾斜面的傾斜程度：坡度 = $\frac{\text{鉛直高度}}{\text{水平寬度}}$ 。當直線的傾斜角為銳角時，直線的斜率與坡度是類似的。

圖 4-25 中版教材之斜率概念的引入

資源來源：採自 C11 上 (頁 53)

(八) 橢圓概念的引入方式

探究

取一條定長的細繩，把它的兩端都固定在圖板的同一點，套上鉛筆，拉緊繩子，移動筆尖，這時筆尖 (動點) 畫出的軌跡是一個圓。如果把細繩的兩端拉開一段距離，分別固定在圖板的兩點 F_1, F_2 (圖 3.1-1)，套上鉛筆，拉緊繩子，移動筆尖，畫出的軌跡是什麼曲線？

在這一過程中，移動的筆尖 (動點) 滿足的幾何條件是什麼？

把細繩的兩端拉開一段距離，筆尖移動的過程中，細繩的長度保持不變，即筆尖到兩個定點的距離的和等於常數。

我們把平面內與兩個定點 F_1, F_2 的距離的和等於常數 (大於 $|F_1F_2|$) 的點的軌跡叫做橢圓 (ellipse)。這兩個定點叫做橢圓的焦點 (focus)，兩焦點間的距離叫做橢圓的焦距 (focus distance)，焦距的一半稱為半焦距。

由橢圓的定義可知，上述移動的筆尖 (動點) 畫出的軌跡是橢圓。

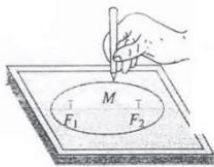


圖 3.1-1

圖 4-26 中版教材之橢圓概念的引入

資源來源：採自 C11 上 (頁 105)

如圖 4-26，中版按照「探究」步驟先通過畫到固定一點的距離為繩長一半的點的軌

跡，發現是圓之後，將繩的兩端拉開一定距離，並固定於兩點，拉緊繩子，移動筆尖，觀察軌跡圖形，從而引入橢圓的概念。學生們通過實際操作能夠理解到該軌跡圖形是由到兩定點的距離為定長的點組成的。在此之後，結合到兩定點的距離和等於常數的點的軌跡是橢圓的定義，得出上述「探究」中的軌跡圖形為橢圓。綜上，橢圓的概念是由實際操作引入的。

二、臺灣

(一) 平行線概念的引入方式

如圖 4-27，臺版在引入平行線的概念時，告訴同學們生活中我們可以看到很多由平行線構成的圖形，接著列舉一系列生活中平行線的例子，如直線跑道、鐵軌的軌道、窗戶的框架、馬路上的斑馬線等，讓學生在腦海裏對平行有一個直觀的感受。在此之後，通過對以上圖形的觀察，發現平行線的共同特徵，從中得到一種平行線的判定方法，並在最後給出平行線的圖示及符號表示。綜上，臺版平行的概念是由實際問題引入的。



圖 4-27 臺版教材之平行線概念的引入

資源來源：採自 T8 下（頁 158）

(二) 外角概念的引入方式

如圖 4-28，臺版在引入外角的概念時，先在右邊給出一個遙控車沿著六邊形的邊線行進時轉彎的示意圖，輔以語言說明，通過實例使學生對外角有一個直觀的理解。之後

進一步介紹外角與其相鄰的多邊形內角之等於 180° 的數量關係。綜上，臺版外角的概念是由實際問題引入的。

如右圖，遙控車從 O 點出發，並沿著六邊形 $ABCDEF$ 的邊線行進。當遙控車到達轉彎點 A 時，會將行進方向從原本的 \overrightarrow{OA} 改為 \overrightarrow{AB} ，此時遙控車轉彎的角度為 \overrightarrow{OA} 與 \overrightarrow{AB} 的夾角 $\angle 1$ ，我們稱 $\angle 1$ 為 $\angle FAB$ 的**外角**，內角 $\angle FAB$ 與外角 $\angle 1$ 互補，即 $\angle 1 + \angle FAB = 180^\circ$ 。

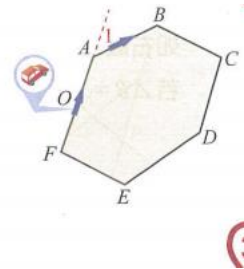


圖 4-28 臺版教材之外角概念的引入

資源來源：採自 T8 下（頁 91）

（三）線對稱圖形概念的引入方式

如圖 4-29，臺版在引入軸對稱圖形的概念時，直接用數學語言描述線對稱圖形和對稱軸的定義。之後在一旁給出三個線對稱圖形的實例的圖示，並分別標出他們的對稱軸，讓學生對軸對稱圖形有一個更為直觀的感受。綜上，臺版軸對稱的概念是直接引入的。

① 日常生活中，常見與線對稱有關的圖形。若將圖形沿著某一條直線對摺，可使直線兩側的圖形完全重疊，這樣的圖形稱為**線對稱圖形**，該直線稱為**對稱軸**。如圖中的虛線，即為該圖形的對稱軸。



圖 4-29 臺版教材之線對稱概念的引入

資源來源：採自 T7 下（頁 122）

（四）平行四邊形概念的引入方式

如圖 4-30，臺版在引入平行四邊形的概念時，直接用數學語言描述平行四邊形的定義。緊接著列舉出基隆八鬥子和國立海洋科技博物館等國內外平行四邊形的建築的例子來輔助理解平行四邊形的概念。在此之後，給出平行四邊形的幾何圖形和符號表示，並介紹了對角線。綜上，臺版平行四邊形的概念是由實際問題引入的。

兩組對邊分別平行的四邊形稱為**平行四邊形**，國內外都有利用平行四邊形作為建築藝術設計的題材，例如：基隆八斗子的國立海洋科技博物館和德國漢堡港口的 *BRT Architects* 事務所。



如右圖，若 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，那麼四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形，記為 $\square ABCD$ ，讀作平行四邊形 $ABCD$ ，其中 \overline{AC} 、 \overline{BD} 為四邊形 $ABCD$ 的**對角線**。

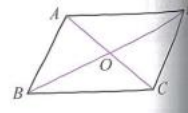


圖 4-30 臺版教材之平行四邊形概念的引入

資源來源：採自 T8 下（頁 174）

（五）點對稱概念的引入方式

如圖 4-31，臺版在引入點對稱的概念時，先在給出一個一條線段及其中點的示意圖，在此基礎上引入對稱點和點對稱的概念。之後列舉平行四邊形對角線的頂點對稱於對角線交點的例子及圖示來輔助理解。綜上，臺版軸對稱的概念是直接引入引入的。

如果點 M 是點 A 與 A_1 的中點，我們稱 A 、 A_1 對稱於 M 點，或是稱 A 、 A_1 互為關於 M 點的對稱點，這種對稱關係稱為點對稱。例如：平行四邊形對角線的頂點對稱於對角線的交點，如圖 2-2-1。

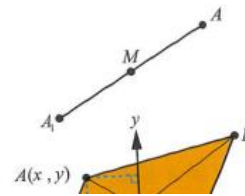


圖 4-31 臺版教材之點對稱概念的引入

資源來源：採自 T10 上（頁 86）

（六）相似圖形概念的引入方式

當一個圖形甲經過縮放得到新的圖形乙，它的形狀不變，只是大小改變，此時，我們稱圖形甲與圖形乙為相似圖形。

圖 4-32 臺版教材之相似圖形概念的引入

資源來源：採自 T9 上（頁 47）

如圖 4-32，臺版在引入相似圖形的概念之前先介紹了有關縮放的知識，在引入概念

時利用縮放後圖形大小與原圖形不同，但形狀相同的性質，並據此定義了相似圖形。綜上，臺版相似圖形的概念是由溫故知新引入的。

(七) 斜率概念的引入方式

如圖 4-33，臺版在上圖的兩種描點法畫直線的過程中，發現取點規律，從而引入了斜率的概念。學生們經過實際操作能夠瞭解到在直線上任選兩點， x 變化量與 y 變化量的比例式是不變的，由此給出斜率的定義。綜上，臺版斜率的概念是由實際操作引入的。

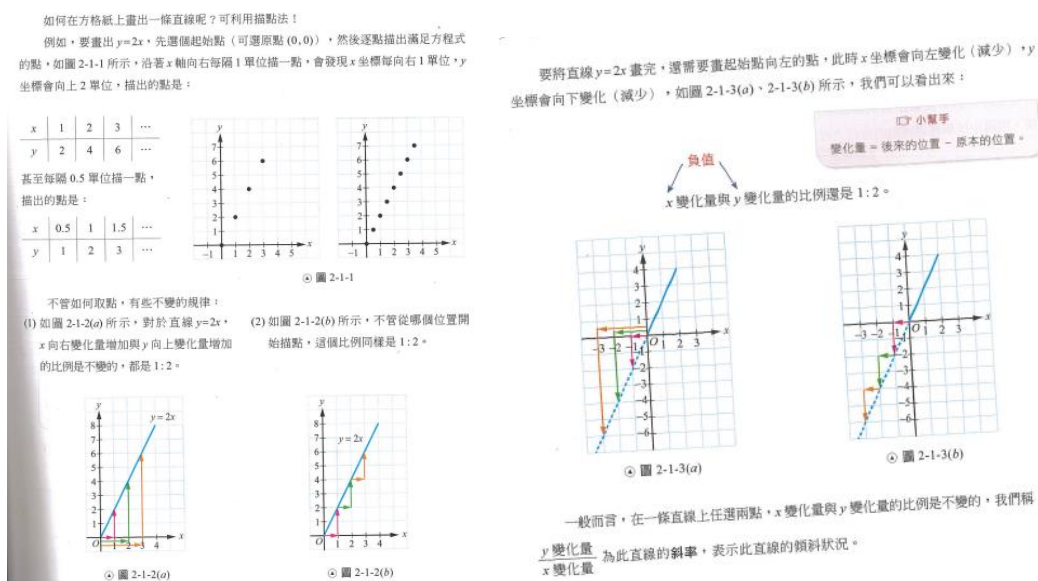


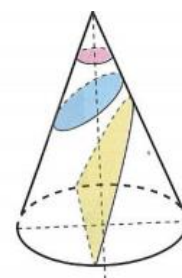
圖 4-33

圖 4-33 臺版教材之斜率概念引入

資源來源：採自 T10 上（頁 65、66）

(八) 橢圓概念的引入方式

我們的世界中有各式各樣的曲線，比如圓、多項式圖形、正弦波形、指對數函數圖形等等，不同的曲線有不同的特質，本章要介紹的拋物線、橢圓與雙曲線，也常被應用在生活中各種情境裡，它們都可以由平面與圓錐相截而成，稱為圓錐曲線，也稱為圓錐截痕，如圖 1-3-1 所示。



◎ 圖 1-3-1

圖 4-34 臺版教材之橢圓概念的引入

資源來源：採自臺版 11 年級下（頁 37）

如圖 4-34，臺版在引入橢圓的概念時，利用不同角度平面的截取的圓錐的模型引入

拋物線、橢圓，和雙曲線的概念，並在右側附圖。綜上，臺版橢圓的概念是由實際問題引入的。

三、兩地不同概念引入方式之數量比較

以表 4-11 統計中國大陸和臺灣中學數學教材在平面幾何與坐標幾何內容概念引入方式之數量。

表 4-11 兩地中學數學教材概念引入方式數

引入方式 版本	直接引入	溫故知新	實際問題	實際操作	數學問題
中版	2	4	4	3	6
臺版	8	2	4	4	1

從上表 4-11 可以看出，中版教材用直接引入 2 次，溫故知新引入 4 次，實際問題引入 4 次，實際操作引入 3 次，數學問題引入 6 次。而臺版教材使用直接引入 8 次，溫故知新引入 2 次，實際問題引入 4 次，實際操作引入 4 次，數學問題引入 1 次。

綜上所述，中國大陸多是通過難度較低的數學問題、對溫故知新識的復習，和以實際事例為問題的切入點等方式來引入概念的；臺灣則約一半的概念是直接引入的，剩下的多是以實際事例為問題的切入點和動手實踐等方式來引入概念的。

第六節 性質、判定、公式證明方法之分析比較

本節將針對本章第一節教材章節的編排順序中提到的，由於中國大陸與臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容下章節編排順序不同，導致的證明方法不同的一些性質、判定，和公式進行詳細分析比較。以下將針對平行線的判定與性質定理、直角三角形之全等判定定理、相似三角形的判定定理、兩點間距離公式，和兩條直線平行與垂直的判定定理的證明方法進行分析比較。

一、平行線的判定與性質定理

(一) 平行線的判定定理

1. 中版

如圖 4-35，中版在說明平行線的判定定理時，先通過「思考」歸納總結出「同位角相等，兩直線平行」的判定定理。之後引發是否可以通過內錯角和同旁內角來判定兩直線平行的思考。教材利用「同位角相等，兩直線平行」說明「內錯角相等，兩直線平行」，並將「同旁內角互補，兩直線平行」的判定方法的說明留給學生。

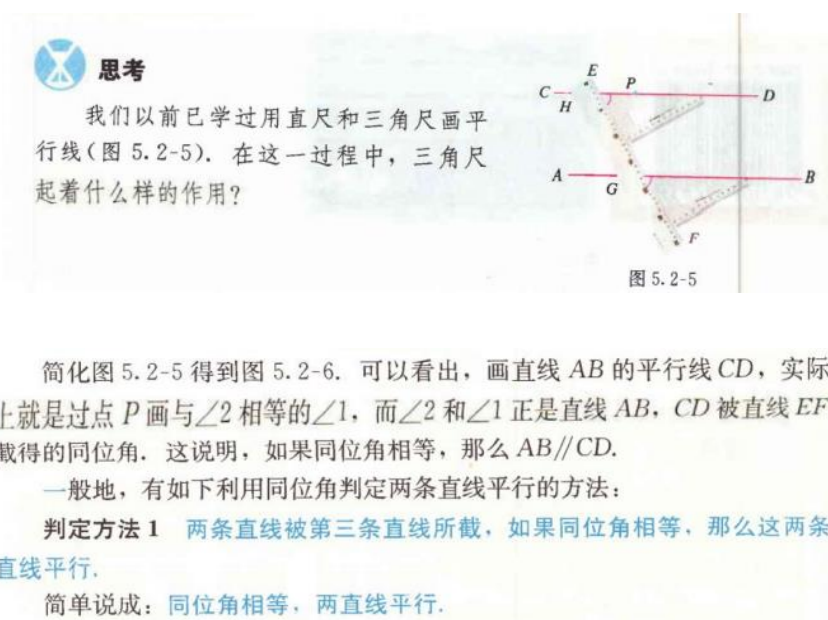


圖 4-35 中版教材平行線的判定定理的說明

資源來源：採自 C7 下 (頁 12)

2. 臺版

如圖 4-36，臺版在證明平行線的判定定理時，先利用在引入平行線概念時介紹一種平行線的判定方法，即「若平面上兩條直線都垂直於同一條直線，則稱這兩條直線為平行線」，和三角形內角和定理證明「同位角相等，兩直線平行」。在此之後通過「隨堂練習」提出「內錯角相等，兩直線平行」和「同旁內角互補，兩直線平行」的猜想，並在「探索活動」中利用「同位角相等，兩直線平行」證明「內錯角相等，兩直線平行」和「同旁內角互補，兩直線平行」兩個判定定理。

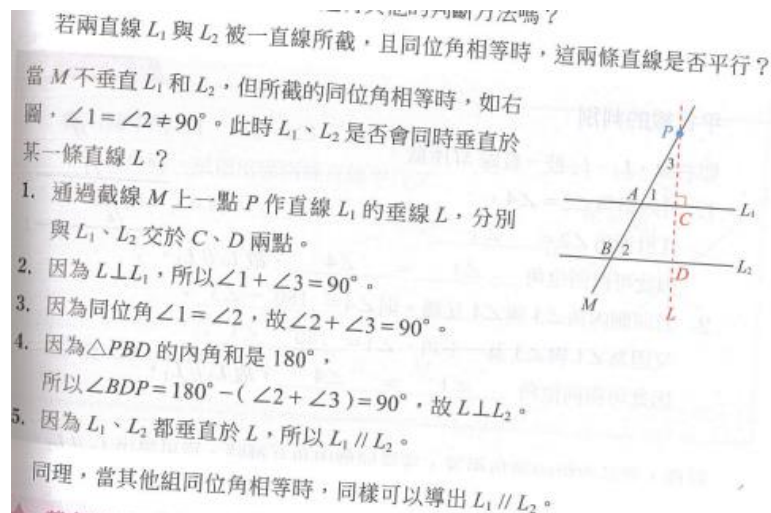


圖 4-36 臺版教材平行線的判定定理的證明

資源來源：採自 T8 下（頁 167）

（二）平行線的截角性質

1. 中版

探究

如图 5.3-1，利用坐标纸上的直线，或者用直尺和三角尺画两条平行线 $a \parallel b$ ，然后，画一条截线 c 与这两条平行线相交，度量所形成的 8 个角的度数，把结果填入下表：

角	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 4$
度数				
角	$\angle 5$	$\angle 6$	$\angle 7$	$\angle 8$
度数				

$\angle 1 \sim \angle 8$ 中，哪些是同位角？它们的度数之间有什么关系？由此猜想两条平行线被第三条直线截得的同位角有什么关系。

再任意画一条截线 d ，同样度量并比较各对同位角的度数，你的猜想还成立吗？

一般地，平行线具有性质：

性质 1 两条平行线被第三条直线所截，同位角相等。

简单说成：两直线平行，同位角相等。

图 5.3-1

圖 4-37 中版教材平行線的性質定理的說明

資源來源：採自 C7 下（頁 18）

如圖 4-37，中版在說明平行線的性質定理時，先在「探究」中通過測量，度量兩平行線被第三條直線所截得的同位角度數之間的關係，並由此歸納總結得出「兩直線平行，同位角相等」的性質定理。之後引發對平行線截角之內錯角和同旁內角關係的思考。

教材利用「兩直線平行，同位角相等」說明「兩直線平行，內錯角相等」，並將「兩直線平行，同旁內角互補」性質定理的說明留給學生。

2. 臺版

如圖 4-38，臺版在證明平行線的性質定理時，利用平行線的畫法和三角形內角和定理，說明「兩條平行線被一條直線所截，則它們的同位角相等」的性質定理，如圖 4-38。之後通過「隨堂練習」，提出「兩平行直線的內錯角相等」和「兩平行直線的同旁內角互補」的猜想，並利用已經說明的「兩條平行線被一條直線所截，則它們的同位角相等」的性質定理證明他們。

當兩條直線互相平行時，它們的截角會有什麼性質呢？

已知 $L_1 // L_2$ ，且 M 是兩者的截線， $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 為一組同位角。

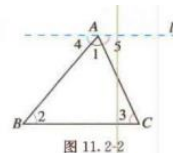
- 如右圖，若 M 與 L_1 、 L_2 都垂直，則 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$
- 若 M 與 L_1 、 L_2 不垂直，
因為 $L_1 // L_2$ ，所以兩者皆垂直於某直線 L 。
如右圖，設 L 與 M 相交於 P 點，
則 $\triangle PAC$ 和 $\triangle PBD$ 皆為直角三角形，
 $\angle 1 = 90^\circ - \angle 3 = \angle 2$ 。
由 $\angle 1 = \angle 2$ ，可推得其他各組的同位角亦相等。
因此，兩條平行線被一直線所截，則它們的同位角相等。

圖 4-38 臺版教材平行線的性質定理的證明

資源來源：採自 C8 下（頁 163）

綜上所述，兩地教材雖然都是從「同位角相等，兩直線平行」的判定定理和「兩直線平行，同位角相等」的性質定理入手，進一步探究平行線的判定和性質定理的證明方法的，但是其具體的方法有所不同。造成此不同的主要原因為中版教材將三角形相關內容安排在平行線相關內容之後，臺版將三角形相關內容安排在平行線相關內容之前。上述原因還導致了兩地教材中關於三角形內角和定理的證明方法的不同，中版關於三角形內角和定理有給出除度量和拼接這種存在誤差的驗證方法外，利用平行線的性質定理嚴格證明的方法，如圖 4-39。臺版則只是通過拼接的方法驗證該定理。

已知: $\triangle ABC$ (图 11.2-2).
 求证: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.
证明: 如图 11.2-2, 过点 A 作直线 l , 使 $l \parallel BC$.
 $\because l \parallel BC$,
 $\therefore \angle 2 = \angle 4$ (两直线平行, 内错角相等).
 同理 $\angle 3 = \angle 5$.
 $\because \angle 1, \angle 4, \angle 5$ 组成平角,
 $\therefore \angle 1 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ (平角定义).
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (等量代换).
 以上我们就证明了任意一个三角形的内角和都等于 180° , 得到如下定理:
三角形内角和定理 三角形三个内角的和等于 180° .



由图 11.2-1(2), 你能想出这个定理的其他证法吗?

圖 4-39 中版教材三角形內角和定理的證明

資源來源: 採自 C8 上 (頁 12)

除此之外, 中版還會將同旁內角相關的判定與性質定理的說明過程留給學生, 臺版則是將其全部說明都編寫在教材中。

二、直角三角形之全等判定定理

(一) 中版

如圖 4-40, 中版在說明直角三角形全等的判定定理時, 仿照之前驗證一般三角形全等之「SSS」、「SAS」, 和「ASA」的判定定理的方法, 在「探究」中利用尺規作圖和剪拼的方法, 驗證了兩個直角三角形全等的判定定理。

探究5
 任意画出一个 $\text{Rt}\triangle ABC$, 使 $\angle C = 90^\circ$. 再画一个 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$, 使 $\angle C' = 90^\circ$, $B'C' = BC$, $A'B' = AB$. 把画好的 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 剪下来, 放到 $\text{Rt}\triangle ABC$ 上, 它们全等吗?

画一个 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$, 使 $\angle C' = 90^\circ$, $B'C' = BC$, $A'B' = AB$;
 (1) 画 $\angle MC'N = 90^\circ$;
 (2) 在射线 $C'M$ 上截取 $B'C' = BC$;
 (3) 以点 B' 为圆心, AB 为半径画弧, 交射线 $C'N$ 于点 A' ;
 (4) 连接 $A'B'$.

图 12.2-11 给出了画 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 的方法. 你是这样画的吗? 探究 5 的结果反映了什么规律?
 由探究 5 可以得到判定两个直角三角形全等的一个方法:
斜边和一条直角边分别相等的两个直角三角形全等 (可以简写成“斜边、直角边”或“HL”).

圖 4-40 中版教材直角三角形之全等判定定理的證明

資源來源: 採自 C8 上 (頁 42)

(二) 臺版

如圖 4-41，臺版在證明直角三角形之全等的判定定理時，利用畢氏定理，先將原本條件中「直角、直角邊、斜邊分別相等」轉化為「三角形三邊分別相等」，之後由「若兩個三角形三邊分別相等，則兩個三角形全等」證明兩個直角三角形的全等。

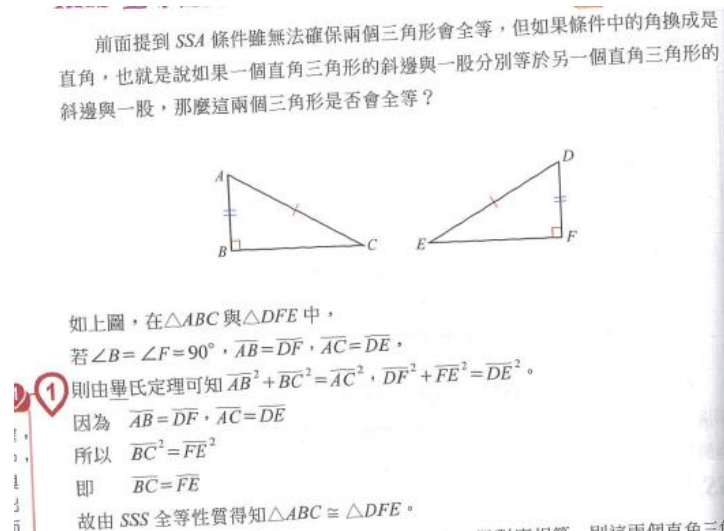


圖 4-41 臺版教材直角三角形之全等判定定理的證明

資源來源：採自 T8 下（頁 120）

綜上所述，兩地教材對直角三角形之全等判定定理的證明方法有所不同，造成此不同的主要原因為中版教材將畢氏定理的相關內容安排於三角形全等相關內容之後，臺版將畢氏定理相關內容安排於三角形全等相關內容之前。

三、相似三角形的判定定理

由於兩地關於相似三角形之「SSS」、「SAS」，和「AA」判定定理的證明方法類似，一下將只針對「SSS」判定定理的證明方法進行詳細分析比較。

(一) 中版

如圖 4-42，中版在證明相似三角形之「SSS」的判定定理時，是先利用「平行線截比例線段成比例」這一基本事實證明「平行於三角形一邊的直線與其他兩邊相交，所構成的三角形與原三角形相似」這一判定定理，並利用此定理構造相似三角形當做仲介，證明「SSS」相似三角形判定定理。在此之後教材給出三角形相似之「SAS」和「AA」

的判別定理，但是並沒有給出判定定理的證明過程，在提示定理證明方法與「SSS」類似後，將證明過程留給學生。

如图 27.2-6，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中， $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$ ，求证 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 。

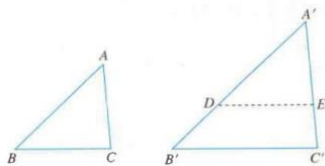


图 27.2-6

*证明：在线段 $A'B'$ （或它的延长线）上截取 $A'D=AB$ ，过点 D 作 $DE \parallel B'C'$ ，交 $A'C'$ 于点 E 。根据前面的定理，可得 $\triangle A'DE \sim \triangle A'B'C'$ 。

$$\begin{aligned} \therefore \frac{A'D}{A'B'} &= \frac{DE}{B'C'} = \frac{A'E}{A'C'}. \\ \text{又 } \frac{AB}{A'B'} &= \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}, A'D=AB, \\ \therefore \frac{DE}{B'C'} &= \frac{BC}{B'C'}, \frac{A'E}{A'C'} = \frac{AC}{A'C'}. \\ \therefore DE &= BC, A'E=AC. \\ \therefore \triangle A'DE &\cong \triangle ABC. \\ \therefore \triangle ABC &\sim \triangle A'B'C'. \end{aligned}$$

$\triangle A'DE$ 是证明的中介，它把 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 联系起来。

圖 4-42 中版教材「SSS」的判定定理的證明

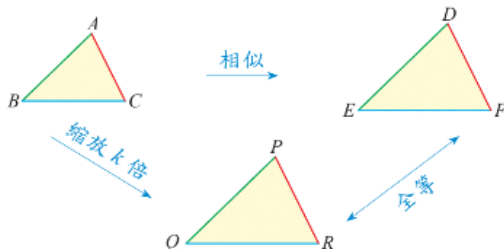
資源來源：採自 C9 下（頁 32）

(二) 臺版

$\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{FD}{CA} = k$ ，則 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似呢？



將 $\triangle ABC$ 縮放 k 倍得到 $\triangle PQR$ ， $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ 。此時， $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 對應角相等、對應邊成比例。



因為 $\triangle PQR$ 與 $\triangle DEF$ 的三邊長均為 $\triangle ABC$ 的 k 倍，所以 $\triangle PQR \cong \triangle DEF$ (SSS 全等)。因此 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 的對應角相等、對應邊成比例且 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

圖 4-43 臺版教材「SSS」的判定定理的證明


資源來源：採自 T9 上（頁 54）

如圖 4-43，臺版在證明相似三角形之「SSS」判定定理時，利用相似圖形的定義，即「當一個圖形甲經過縮放得到新的圖形乙，它的形狀不變，只是大小改變，此時我們成圖形甲與圖形乙為相似圖形」。通過定義中提到的縮放，構造一個與原三角形相似的三角形當做仲介，之後利用縮放和全等的性質證明「SSS」相似三角形判定定理。並在此之後，利用同樣的方法證明三角形相似之「SAS」和「AA」的判定定理。

綜上所述，兩地教材對相似三角形判定定理之證明方法的不同主要原因有二：一、兩地教材對相似圖形的定義敘述不同。二、中版教材將位似相關內容放於相似三角形之後，臺版將縮放相關內容放於相似三角形相關內容之前。除此之外，中版將三角形相似之「SAS」和「AA」的判別定理的證明留給學生，而臺版則是將證明過程完整的編寫進教材中。

四、兩點間距離公式

(一) 中版

 探究

如图 2.3-2，已知平面内两点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ ，如何求 P_1, P_2 间的距离 $|P_1P_2|$ ？

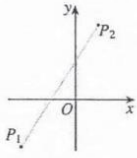


图 2.3-2

我们用平面向量的知识来解决。如图 2.3-3，由点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ ，得 $\vec{P_1P_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ 。于是，

$$|\vec{P_1P_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

由此得到 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 两点间的距离公式

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

特别地，原点 $O(0, 0)$ 与任一点 $P(x, y)$ 间的距离

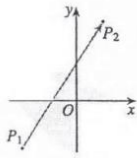
$$|OP| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$


图 2.3-3

圖 4-44 中版教材兩點間距離公式的推導

資源來源：採自 C11 上（頁 72）

如圖 4-44，中版在推導兩點間距離公式時，首先在「探究」中提出問題，接著將 10 年級下第六章「平面向量及其應用」中介紹的在直角坐標系中用兩點坐標表示平面向量的坐標的方法套用在平面上的兩點上，之後利用平面向量的坐標計算向量模公式推導出

兩點間距離公式。在此之後的「思考」中，提出可利用畢氏定理推導兩點間距離公式，但是將推導過程留給學生。

(二) 臺版

如圖 4-45，臺版在推導兩點間距離公式時，先推導特殊情況，即平面直角坐標系上在水準、鉛垂線上兩點的距離公式，再推導一般情況，不在同一水準或鉛垂線的情況的兩點間距離公式。後者先構造直角三角形，之後利用前者的結論與畢氏定理即可推得。

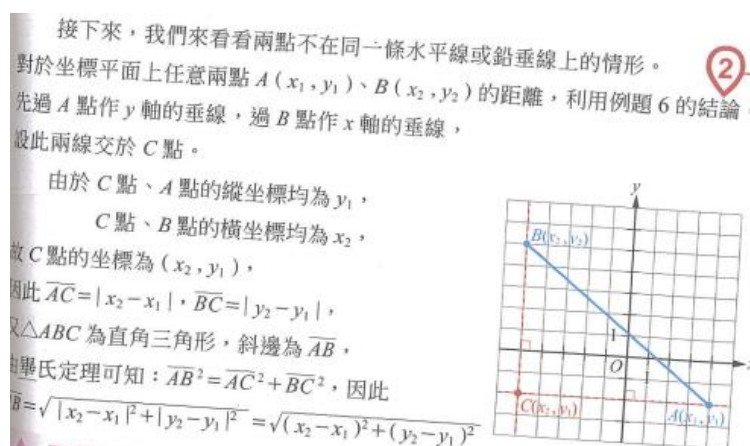


圖 4-45 臺版教材兩點間距離公式的推導

資源來源：採自 T8 上（頁 111）

綜上所述，兩地教材關於兩點間距離公式推導方法之一都有利用畢氏定理，但中版還有提供另一種利用平面向量證明的方法。造成此不同的主要原因為中版教材將平面向量相關知識安排於兩點間距離公式之前，臺版將平面向量相關知識安排於兩點間距離公式之後。除此之外，中版雖然提到可用畢氏定理推導公式，但是沒有在教材中詳細論述，而是將證明的方法留給學生。

五、兩條直線平行和垂直的判定和性質定理

(一) 兩條直線平行的判定和性質定理

1. 中版

如圖 4-46，中版在證明兩條直線平行的判定定理時，先通過「思考」復習兩直線的位置關係，引入如何利用斜率判定直線位置關係的問題。之後利用斜率的定義，即「一

條直線的傾斜角的正切值叫做這條直線的斜率」，通過斜率定義、三角函數的相關知識，和平行線的性質定理來證明之；反之，在證明兩條直線平行的性質定理時，也是利用斜率的定義、三角函數的相關知識，及平行線的判定定理來證明之。

思考

我們知道，平面中兩條直線有兩種位置關係：相交、平行。當兩條直線 l_1 與直線 l_2 平行時，它們的斜率 k_1 與 k_2 滿足什麼關係

如圖 2.1-7，若 $l_1 \parallel l_2$ ，則 l_1 與 l_2 的傾斜角 α_1 與 α_2 相等，由 $\alpha_1 = \alpha_2$ ，可得 $\tan \alpha_1 = \tan \alpha_2$ ，即 $k_1 = k_2$ 。因此，若 $l_1 \parallel l_2$ ，則 $k_1 = k_2$ 。

反之，當 $k_1 = k_2$ 時， $\tan \alpha_1 = \tan \alpha_2$ ，由傾斜角的取值範圍及正切函數的單調性可知， $\alpha_1 = \alpha_2$ ，因此 $l_1 \parallel l_2$ 。

於是，對於斜率分別為 k_1, k_2 的兩條直線 l_1, l_2 ，有

$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2.$

若沒有特別說明，說“兩條直線 l_1, l_2 ”時，指兩條不重合的直線。

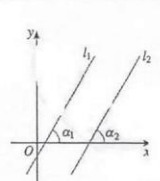


圖 2.1-7

圖 4-46 中版教材兩條直線平行的判定和性質定理的證明

資源來源：採自 C11 上（頁 55）

2. 臺版

手腦並用

1. 如果依照下列方式將直線 $y=2x$ 平移，請問平移後的直線斜率是多少？

(1) 圖 2-1-15(a) 中，直線 $y=2x$ 沿 x 軸向左、向右分別平移 3 個單位後得到兩條直線。

(2) 圖 2-1-15(b) 中，直線 $y=2x$ 沿 y 軸向上、向下分別平移 3 個單位後得到兩條直線。

小幫手

平移就是將圖形上所有的點，都依相同的方向移動相同距離。

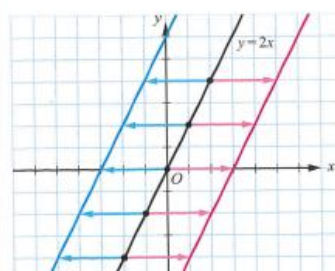


圖 2-1-15(a)

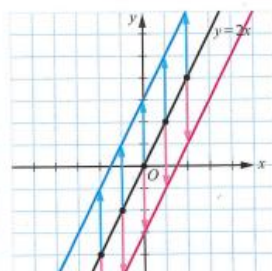


圖 2-1-15(b)

2. 在 Desmos (電腦或手機) 軟體中依序輸入下列方程式 (可由教師操作，亦可選擇其他軟體操作)：

$y=2x$ 、
 $y=2x-3$ 、
 $y=ax+k$ 。 【選擇新增滑桿 a 、 k 】

(1) 拉動 a 的滑桿，停在 $a=2$ ；再左右來回拉動 k 的滑桿，請問你有什麼發現？
 (2) 拉動 a 的滑桿，停在 $a=-1$ ；再左右來回拉動 k 的滑桿，請問你有什麼發現？
 (3) 任兩條平行直線，其中任一條是否可以由另一條平移而得？

圖 4-47 臺版教材兩條直線平行的判定和性質定理的說明

資源來源：採自 T10 上（頁 75）

如圖 4-47，臺版在說明兩條直線平行的判定和性質定理時，是通過「手腦並用」，對軟體中的直線進行平移、更改其方程式的斜率等操作，歸納總結得到兩直線平行的判定和性質定理。嚴謹的證明在教材正文並未敘述，放在附錄中，是利用平行四邊形的判定及性質證明的。

(二) 兩條直線垂直的判定和性質定理

1. 中版

如圖 4-48，中版在證明兩條直線垂直的判定和性質定理時，是將 10 年級下第六章「平面向量及其應用」中介紹的兩個向量垂直時的坐標公式套用在兩直線的方向向量上，以證明兩直線垂直的判定和性質定理。

显然，当两条直线相交时，它们的斜率不相等；反之，当两条直线的斜率不相等时，它们相交。在相交的位置关系中，垂直是最特殊的情形。当直线 l_1, l_2 垂直时，它们的斜率除了不相等外，是否还有特殊的数量关系？

设两条直线 l_1, l_2 的斜率分别为 k_1, k_2 ，则直线 l_1, l_2 的方向向量分别是 $a = (1, k_1)$ ， $b = (1, k_2)$ ，于是

$$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = 0 \Leftrightarrow 1 \times 1 + k_1 k_2 = 0, \text{ 即 } k_1 k_2 = -1.$$

也就是说， $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 k_2 = -1$ 。

圖 4-48 中版教材兩條直線垂直的判定和性質定理的證明

資源來源：採自 C11 上（頁 56）

2. 臺版

假設一條斜率為 m_1 ，且過原點的直線 L_1 （如果不通過原點，可平移使其過原點，知斜率不會改變），想像一個直角三角板斜邊剛好與直線 L_1 疊合，如圖 2-1-18 所示，可得

$$m_1 = \frac{y}{x},$$

將三角板逆時針旋轉 90° 後，此時斜邊所在的直線稱為 L_2 ，則 L_1 與 L_2 垂直：由圖中可看出三角板的水平股轉成鉛直股，鉛直股轉成水平股，且

$$m_2 = -\frac{x}{y},$$

可知 m_1 與 m_2 的乘積是 -1 ，即 $m_1 \cdot m_2 = -1$ 。

反過來說，如果我們知道 $m_1 \cdot m_2 = -1$ ，可以設 $m_1 = \frac{y}{x}$ ，由 $m_1 \cdot m_2 = -1$ 就可知 $m_2 = -\frac{x}{y}$ ，由圖 2-1-18 利用三角形全等性質很容易得出 $L_1 \perp L_2$ 。

小幫手
我們用“ \perp ”這樣的符號來表示垂直。

圖 2-1-18

圖 4-49 臺版教材兩條直線垂直的判定和性質定理的證明

資源來源：採自 T10 上（頁 78）

如圖 4-49，臺版在證明兩條直線垂直的性質定理時，是利用斜率的公式和旋轉的點的坐標關係來證明的；反之，在證明兩條直線垂直的判定定理時，是利用斜率的定義和三角形全等的性質來證明的。

綜上所述，兩地教材對直線平行和垂直判定和性質定理之證明方法之不同的主要原因有二：一、兩地教材對斜率的定義敘述不同。二、中版將三角函數和平面向量相關內容放在直線與圓之前，臺版將三角函數和平面向量相關內容放在直線與圓之後。

第七節 函數與圖形知識結構上的銜接

研究者在閱讀過兩地中學數學教材，並查閱了與教材銜接相關的部分論文後，發現對中國大陸與臺灣中學數學教材之平面幾何與坐標幾何銜接情形進行研究是很有必要的。其中又以函數與圖形知識結構上的銜接情形為重點，因此本節將分別針對兩地中學數學教材在一次函數與直線、二次函數與拋物線在初高中階段知識結構的銜接情形進行分析比較。

一、一次函數與直線

(一) 中版

如圖 4-50，中版初中數學教材關於一次函數的相關知識主要來自 8 年級下第十九章「一次函數」，中版高中數學教材關於直線的相關知識主要來自 11 年級上第二章「直線和圓的方程」。

由圖 4-50 可以看出，中版初中數學教材關於一次函數的內容從變數、函數、函數值、函數圖象等概念和描點法開始，之後介紹正比例函數與一次函數的解析式，分別利用描點法畫出它們的圖象，觀察得到一次函數圖象是直線的結論，並結合圖象歸納總結出它們的性質及比例係數相同的正比例函數與一次函數圖象的位置關係。最後介紹從一次函數角度看二元一次方程的解和二元一次方程組的解的問題。中版高中數學教材關於直線的內容從直線的幾何要素開始，先從直線的傾斜角的概念開始引入，之後引入斜率的概念，進而介紹如何利用斜率判定兩直線平行和垂直的位置關係。在此之後介紹幾種不同形式的直線方程式。最後介紹求解兩相交直線的交點坐標的方法。

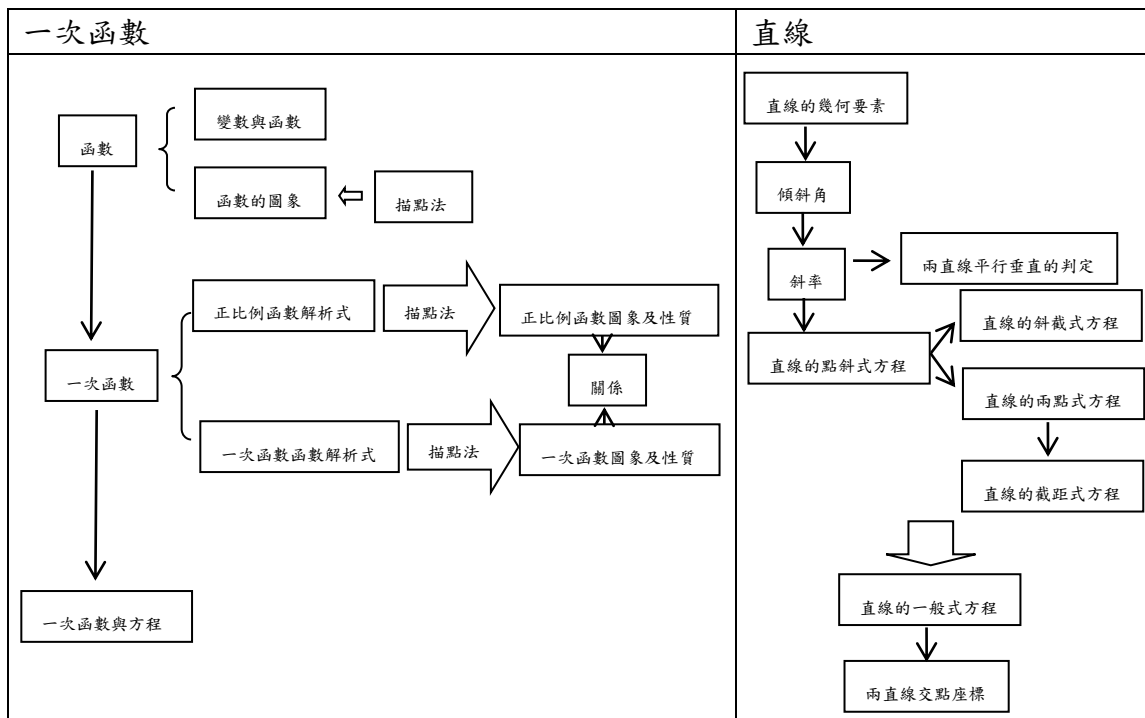


圖 4-50 中版初高中數學教材一次函數與直線的知識結構圖

綜上所述，中版初高中數學教材關於一次函數與直線的銜接僅體現在通過描點法畫圖觀察得到一次函數的圖象是直線的結論上。實際上一次函數解析式可以看做斜率不為 0 的直線斜截式方程式，一次函數的比例係數之於一次函數相當於直線斜截式方程的斜率之於直線斜截式方程式，這樣就可以把比例係數的正負對一次函數圖象的影響與斜率的正負對直線的影響銜接起來，把比例係數相同的一次函數圖象之間位置關係與斜率相等的直線的位置關係銜接起來，把從一次函數角度看解二元一次方程組的問題與求解兩直線交點坐標的問題銜接起來。

(二) 臺版

臺灣關於一次函數的相關知識在初中和高中教材中均有安排，臺版初中數學教材關於一次函數的相關知識主要來自 8 年級下第二章「函數與圖象」，高中數學教材關於一次函數的相關知識主要來自 10 年級上第三章「多項式函數及其圖形」。臺版高中數學教材關於直線的相關知識主要來自 10 年級上第二章「直線與圓」。臺版初中和高中數學教材關於一次函數與直線的知識結構圖，如圖 4-51。

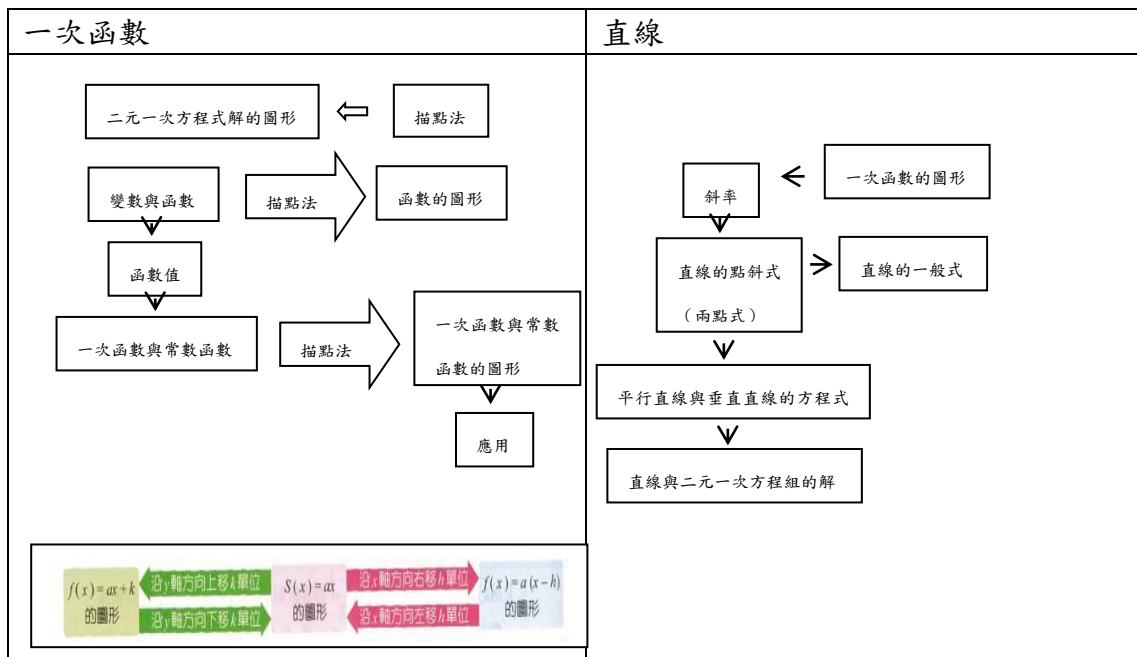


圖 4-51 臺版初高中數學教材一次函數與直線的知識結構圖

由圖 4-51 可以看出，臺版初中數學教材關於一次函數的內容從變數、函數、函數值、一次函數與常數函數等概念開始，之後介紹函數圖形的概念，利用此概念中提及的描點法分別畫出一次函數圖形與常數函數圖形，並將其與 7 年級下第一章「二元一次聯立方程式及其圖形」的第四節二元一次方程式圖形中得到的二元一次方程式圖形聯繫起來，得到一次函數圖形是直線的結論。最後列舉一些應用一次函數與常數函數圖形解決問題的例子。臺版高中數學教材將一次函數的內容安排在直線相關內容之後，通過觀察「手腦並用」中軟體跑出來的不同的一次函數解析式之間的圖象關係和回顧平行直線的相關知識，歸納總結出比例係數相同的單項一次函數解析式及其圖形與一般一次函數解析式及其圖形之間的關係。臺版高中數學教材關於直線的內容從畫一次函數的圖形開始，由描點法取點之坐標的變化量規律引入斜率的概念，進而介紹直線的点斜式方程，由直線的点斜式方程推導出直線的一般式方程，之後又分別利用「手腦並用」和斜率、旋轉的相關知識推導出平行兩直線與垂直兩直線的斜率和方程式的關係。最後利用直線斜率重新對 7 年級下第一章第四節的二元一次方程組的解的問題進行了思考。

綜上所述，臺版初高中數學教材關於一次函數與直線的銜接體現在以下三方面：1、通過觀察描點法畫圖和回顧二元一次方程式圖形，得到一次函數的圖形是直線的結論。2、從描點法畫一次函數圖形入手，利用取點之坐標的變化量規律引入直線斜率的概念。

3、將一次函數解析式看做直線方程式，將一次函數的比例係數看做直線方程式的斜率，利用斜率相等的兩直線平行推導出比例係數相同的一次函數圖形平行。實際上，除以上幾方面，還可以將比例係數大小和正負對一次函數圖形的影響與斜率的大小和正負對直線的影響銜接起來。

二、二次函數與拋物線

(一) 中版

中版初中數學教材關於二次函數的相關知識主要來自 9 年級上第二十二章「二次函數」，中版高中數學教材關於拋物線的相關知識主要來自 11 年級上第三章「圓錐曲線的方程」。中版初高中數學教材關於二次函數與拋物線的知識結構圖，如圖 4-52。

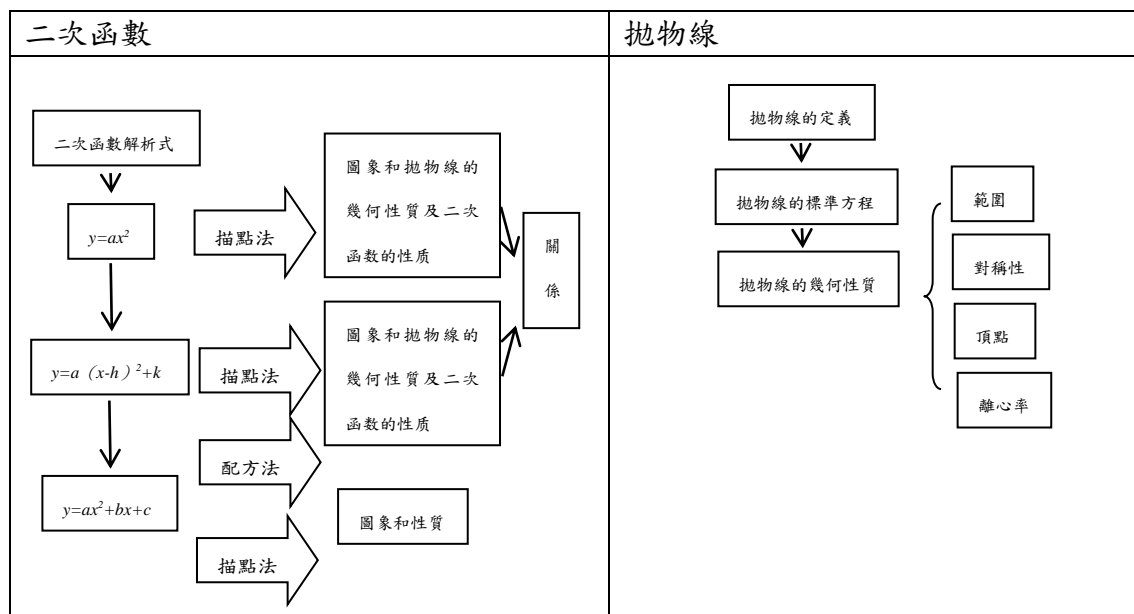


圖 4-52 中版初高中數學教材二次函數與拋物線的知識結構圖

由圖 4-52 可以看出，中版初中數學教材關於二次函數的內容從二次函數解析式開始，之後通過對最簡單的二次函數 $y=x^2$ 描點畫圖，觀察對比拋物線圖象，得到二次函數的圖象是拋物線的結論、拋物線 $y=x^2$ 的幾何性質，及二次函數 $y=x^2$ 圖象的性質。在此之後對形如 $y=ax^2$ 的幾個二次項係數 a 不同的二次函數描點畫圖，歸納總結出拋物線 $y=ax^2$ 的幾何性質及二次函數 $y=ax^2$ 圖象的性質。之後分別對形如 $y=ax^2+h$ 和 $y=a(x-h)^2$ 的二次函數描點畫圖，歸納總結出以上這些二次函數對應的拋物線的幾何性質和他們的圖象分別與 $y=ax^2$ 圖象之間的關係，並通過以上結論和描點法作圖歸納總結出拋物線

$y=a(x-h)^2+k$ 的幾何性質、其圖象與 $y=ax^2$ 圖象之間的關係，及二次函數 $y=a(x-h)^2+k$ 圖象的性質。最後通過配方法和描點法歸納總結出拋物線 $y=ax^2+bx+c$ 的幾何性質和二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 圖象的性質。中版高中數學教材拋物線的內容從拋物線的定義開始，由定義推出拋物線的標準方程式，接著給出不同形式的拋物線的標準方程式。之後類比橢圓，雙曲線的幾何性質的研究過程和方法，即利用代數方法，依次研究了拋物線的範圍、對稱性、頂點，和離心率等幾何性質。

綜上所述，中版初高中數學教材關於二次函數與拋物線的銜接體現在以下兩方面：

1、通過描點法畫出的圖象二次函數圖象及觀察對比拋物線圖象，得到二次函數圖象是拋物線的結論，並由圖象歸納總結出不同形式的拋物線的幾何性質。2、在拋物線及其標準方程之後的「探究與發現」中嚴格的說明了二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 的圖象是拋物線的原因。實際上，在探究拋物線的標準方程與其幾何性質的關係的時候，可以從二次函數部分歸納總結的拋物線 $y=ax^2$ 的對稱軸方程、頂點坐標，和開口方向等入手，進而得到不同形式的標準方程的拋物線的對稱軸方程、頂點坐標，和開口方向。

(二) 臺版

臺版初中數學教材關於二次函數的相關知識主要來自 9 年級下第一章「二次函數」，臺版高中數學教材關於拋物線的相關知識主要來自 11 下第一章「空間概念」。臺版初中和高中數學教材關於二次函數與拋物線的知識結構圖，如圖 4-53。

由圖 4-53 可以看出，臺版初中數學教材二次函數的內容從二次函數關係式開始，之後利用描點法對形如 $y=ax^2$ 的幾個二次項係數 a 不同的二次函數作圖，由圖形歸納總結出二次函數 $y=ax^2$ 的圖形性質。在此之後重複上述步驟歸納總結出二次函數 $y=ax^2+h$ 和 $y=a(x-h)^2$ 的圖形性質以及他們的圖形與二次函數 $y=ax^2$ 圖形的關係，並通過觀察對比拋物線與以上二次函數的圖形，得到二次函數的圖形是拋物線的結論。最後介紹拋物線的幾何性質，並將拋物線的幾何性質與二次函數圖形的性質一一對應起來。臺版高中數學教材拋物線的內容從觀察「手腦並用」中軟體跑出來的不同形式的拋物線方程式的圖形開始，之後利用不同形式的二次函數解析式與其開口方向的關係幫助記憶不同形式的標準方程的拋物線與其開口方向的關係，最後歸納總結出不同形式的標準方程的拋物線

的幾何性質。

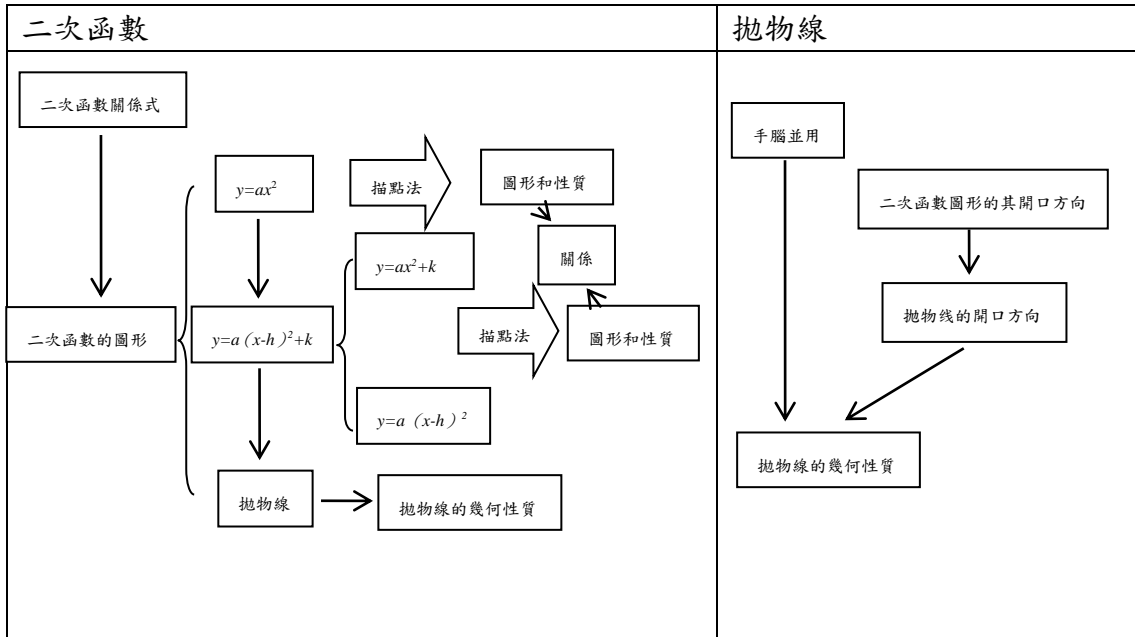


圖 4-53 臺版初高中數學教材二次函數與拋物線的知識結構圖

綜上所述，臺版初高中數學教材二次函數與拋物線之間銜接體現在以下兩方面：1、在二次函數圖形的最後，通過觀察對比得到二次函數的圖形是拋物線的結論，並將拋物線的幾何性質與二次函數圖形的性質一一對應。2、在討論不同形式的標準方程的拋物線的幾何性質時，利用不同形式的二次函數解析式與圖形的開口方向的關係幫助理解記憶不同形式的標準方程的拋物線與其開口方向的關係。實際上除卻開口方向，不同形式的二次函數的解析式與其圖形的性質中頂點坐標，和對稱軸的關係都可以對應到不同形式的標準方程的拋物線與其幾何性質中。

第五章 結論與建議

本章將針對研究目的，根據第四章研究的結果與發現，分為三節來給出結論與建議。第一節提出本研究之結論，並依據此結論在第二節提出建議，最後提出研究展望。

第一節 結論

本節將綜合第四章的研究結果，分別就兩地中學數學教材的編排順序、單元數、頁數、布題數，和教學活動數、布題認知需求層次、未完全對應的章節、概念引入方式、定理證明方法，和函數與圖形知識結構上的銜接等方面，進行歸納總結，得出以下結論。

一、教材章節的編排順序

研究者從第四章第一節對兩地中學數學教材的編排順序之分析比較中，得出以下結論。

(一) 中版章節間知識編排較為分散，臺版章節間知識編排較為集中

從兩地章節編排順序表中，可以看出中版將平行線和平行四邊形、三角形和全等三角形、畢氏定理和兩點之間距離公式、幾種幾何圖形的尺規作圖，和點對稱與線對稱等內容，都分成不同章甚至不同年段的內容進行教學。相對而言，臺版則將上述內容集中安排在若干章內一起教學，由此推知中版章節間的知識編排較為分散，而臺版章節間的知識編排較為集中。研究者在查閱相關文獻時發現，孫海曼（2013）和林鴻哲（2013）也在初中教材之幾何內容中，得到同樣結論。

綜上所述，中版是以「螺旋上升」的知識編排方式對平面幾何與坐標幾何相關內容進行編寫，說明大陸教材相對於臺灣教材，可能更注重學生知識建構的心理特徵，強調依據學生認知結構來編寫教材；臺版則是以「直線上升」的知識編排方式對平面幾何與坐標幾何相關內容進行編寫，說明臺灣教材相對於大陸教材，可能更注重知識的完整性。

(二) 章節編排順序的不同可以導致同一性質、判定和公式之證明方法的不同

從第四章第一節對兩地中學數學教材章節的編排順序之分析比較中瞭解到，平行

線與三角形相關章節的編排順序的不同，會導致中版是通過對平行線截角的測量，歸納總結出平行線截角之同位角的性質，而臺版則是利用三角形內角和定理證明平行線截角之同位角的性質。全等三角形與畢氏定理的相關章節編排順序的不同，會導致中版是利用尺規作圖來驗證全等的直角三角形之判定方法，臺版則是利用畢氏定理證明全等的直角三角形之判定方法。中版將兩點間距離公式安排在高中向量章節之後，臺版則將其直接安排在初中畢氏定理一節內，導致中版除包含臺版所利用的畢氏定理證明方法外，還能提供利用向量證明兩點間距離公式的方法。林鴻哲（2013）也在其論文中發現「編排順序的差異導致推理步驟的不同」。由此可推知：章節編排順序的不同可以導致同一性質、判定和公式之證明方法的不同。

二、單元數、教材頁數、布題數和教學活動數

研究者從第四章第二節對兩地中學數學教材單元數、頁數、布題數和教學活動數之分析比較中，得到以下結論。

（一）初中階段，中版相對於臺版更重視平面幾何與坐標幾何內容的教學；高中階段，中版與臺版對坐標幾何的重視程度相當

綜合初中階段中版和臺版教材的單元數和教材頁數可以看出，無論是相關單元數占總單元數之比例，還是相關內容頁數占總頁數之比例，中版都比臺版高。林鴻哲（2013）也在其論文中發現「中版教材的單元數和頁數佔比均高於臺版」。由此可推知：中版相對於臺版更重視平面幾何與坐標幾何內容的教學。

綜合高中階段中版和臺版教材的單元數和教材頁數可以看出，雖然平面幾何與坐標幾何內容之相關單元數占總單元數之比例中版較高，平面幾何與坐標幾何內容頁數占總頁數之比例臺版較高，但由於以上兩比例都相差不多，故推論兩版教材對坐標幾何重視程度相當。

除此之外我們還可以看到，不論是中國大陸還是臺灣，初中階段相對於高中階段，平面幾何與坐標幾何內容之相關單元數占總單元數之比例，與相關頁數占總頁數之比例，都較高。由此推知初中階段相對於高中階段為更重視平面幾何與坐標幾何內容的教

學。

(二) 初中階段，中版和臺版對平面幾何與坐標幾何之布題重視程度相當；高中階段，中版相對於臺版更重視坐標幾何之布題。兩地教材皆在高中階段相對於初中階段更重視相關內容之布題。不論初中階段還是高中階段，中版布題集中於練習題，臺版布題則是例題與隨堂練習各占一半

初中階段，雖然中版布題數與相關單元的平均布題數均少於臺版，孫海曼（2013）也在其論文中發現「從兩套教材例習題數量上看，臺灣南一版教材例題和隨堂練習量多於大陸人教版教材」，但兩版教材在相關單元之每頁平均布題數相差不多，故推論兩版教材對該部分之布題安排的重視程度相當。

高中階段，雖然兩版教材在相關單元之平均布題數相差不多，但兩版教材實際布題數和每頁平均布題數相差極大，即中版的布題數約是臺版的 2 倍，每頁平均布題數約是 1.6 倍。由此可推出中版相對於臺版更重視相關單元之布題。研究者在查閱相關文獻時發現，何亮亮（2013）關於例題與隨堂練習數量的發現為「例題和練習題的數量臺版都要多於中版」，與本論文之發現有所不同。造成此不同的原因，除教材改版、研究範圍，和所依據的標準或綱要不同外，還可能與兩篇論文對題目計數定義的不同有關。

除此之外，我們還可以看到，無論是中版初高中教材還是臺版初高中教材，高中階段坐標幾何之每頁平均布題數均高於初中階段平面幾何與坐標幾何之每頁平均布題數。由此推知兩地都在高中階段相對於初中階段更重視布題。

在統計布題數時，研究者還發現，不論初中階段還是高中階段，中版會在知識點介紹結束後，安排相應知識點的不同類型的例題，對所介紹的知識點進行應用，並在所有例題後安排與例題類型不同的練習，進一步對該知識點進行鞏固應用，且練習題數量較例題數量多得多；臺版則會在每個知識點後安排相應的不同類型的例題對該知識點進行應用，並在每道例題後安排與例題類型相同的隨堂練習對該例題進行鞏固，且例題與隨堂練習的數量大約各占一半。此發現與黃倩（2013）也在其論文中的發現「中版教材更注重學生動手練習，臺灣教材更注重例題的展示」一致。

(三) 初中階段，中版相對於臺版更重視平面幾何與坐標幾何之教學活動的安排；高中階段，中版相對於臺版更重視坐標幾何之教學活動的安排

初中階段，雖然兩版教材在相關單元的教學活動數占總教學活動數之比例相差不多，但中版不論是相關單元之教學活動數還是總教學活動數，都是臺版的兩倍。由此推知中版相對於臺版，更重視對平面幾何與坐標幾何內容之教學活動的安排。

高中階段，中版無論是坐標幾何教學活動數、總教學活動數，以及相關教學活動占總教學活動之比例，都比臺版高。何亮亮（2013）也在其論文中發現「中版的教學活動數量遠遠多於南一版」。由此推知中版相對於臺版更重視坐標幾何之教學活動的安排。

研究者在統計教學活動時發現，中版重視教學活動的安排體現在：中版幾乎會在介紹每個概念、性質、判定，和公式之前，都通過「探究」、「思考」等教學活動引入。臺版則只有很少一部分概念、性質、判定，和公式的引入，會利用「探究活動」、「手腦並用」等教學活動，大部分是通過教材直述或例題引入。

三、認知需求層次

研究者從第四章第三節對兩地中學數學教材布題認知需求層次之分析比較中，得到以下結論。

(一) 不論從整體還是各主題類目來看，兩地中學數學教材在相關單元之布題認知需求層次上，皆有集中於某類型的情形。不論從整體還是大部分主題類目來看，兩地布題都都是分布在「無聯繫的程式性」問題最多，而「做數學」問題最少。

(二) 不論初中階段還是高中階段，兩地數學教材在相關單元之布題，多以記憶型和無聯繫的程序性問題，即低認知需求層次問題為主。此結論與張玟溢（2020）也在其論文中的發現「臺灣初中教材認知需求層次的布題是以記憶型和無聯繫的程序性問題為主」一致，且本研究發現中版教材在相關單元也是如此。

(三) 不論是中國大陸還是臺灣，高中數學教材在相關單元之「有聯繫的程序性問題」和「做數學問題」之布題比例之和，即高認知需求層次之布題之比例，皆高於初中數學教材的相應比例。該結果符合布題認知需求層次差異的原則，即認知需求層次較高

之布題主要出現在較高的學習階段。

四、未完全對應的章節

除卻由於不在本論文研究範圍內而造成未完全對應的章節，例如只存在於中版的角的比較與運算、平移，和旋轉章節，和只存在於臺版的二元一次方程式的圖形、分點公式等節外，研究者將剩餘章節的未完全對應之原因，歸納總結為以下兩種。

(一) 研究者認為兩地教材在相關章節之教學內容未完全對應的原因之一，為該知識點之設立與否，不影響課程結構，故可有可無。其中三角形的穩定性、等邊三角形、正多邊形與圓，和圓與圓的位置關係等節，只存在於中版，箏形、梯形、弧的度數、相似多邊形、二元一次不等式等節，只存在於臺版，原因就是為此。以中版的正多邊形與圓一節為例，該節是利用多邊形和圓的性質解決問題，其安排與否不會影響初中平面幾何的課程結構，臺版初中數學教材並未將它安排在相關章節中。

(二) 研究者認為章節未完全對應的原因之二，為章節之相關知識點被安排於教材敘述或例題中，並未獨立成章節。其中直線方程式的幾種形式一節只存在於中版，重心、三角形的邊角關係、外心、內心、比例線段、弦心距、切線與圓、點與圓的關係等節，只存在於臺版的原因便是為此。

循前述原因，有的知識並不會受未成立單獨章節的影響。以臺版比例線段一節中平行線截比例線段為例，中版將平行線截比例線段當做基本事實，僅將其安排在相似三角形判定的行文敘述中；而臺版則專列一節來對此定理進行證明、推論和應用。觀察教材可知：雖然中版教材並不包含對平行線截比例線段的證明、推論和應用等相關知識的介紹，但是並不影響利用其證明相似三角形的判定定理。

相對地，有些知識卻會因未成立獨立章節而導致知識結構不完整，進而影響學生對課題的理解和掌握。以臺版點與圓的關係一節為例，中版未對其進行知識鋪陳，只將其安排在圓的標準方程式一節的例題中，通過例題向學生介紹求解方法；而臺版則是單獨設立一節，從理論知識入手，進一步列舉相關例題進行應用。觀察教材可知：中版的相關知識編排可能不完整，可能因為缺乏理論知識的鋪陳，導致學生知其然而不知其所以

然。對比來看，研究者認為還是臺版將此部分單獨設立為一節，從理論上針對點在圓上、內、外進行介紹，更利於學生對點與圓的關係的掌握。

五、概念引入方式

研究者從第四章第五節對兩地中學數學教材概念引入方式之分析比較，得到以下結論。

(一) 兩地教材對同一概念的定義敘述大致相同，但對同一概念的引入方式，卻有較大的區別。

(二) 中版教材相較於臺版教材，主要以數學問題和溫故知新的方式引入數學概念，以上兩種方式更能夠從基礎上夯實知識框架，且較有機會引導學生做數學知識的內部連結。另一方面，中版教材針對幾何內容使用很多的語言描述，但相較於臺版缺乏幾何直觀性。臺版教材相較於中版教材，則更多的是直接引入數學概念，並同時給出幾何圖形的圖示；此舉或許較能鍛煉學生幾何的直觀能力，但相較於中版可能不易激發學生的學習熱情和主動性。

(三) 中版習慣把例子放在定義之前，用範例引出定義，這是從具體到抽象的一般性轉變過程。相對地，臺版習慣把例子放在定義之後，用它加深對定義的理解，看來是由抽象到具體的轉變。

六、性質、判定、公式證明方法

研究者將第四章第六節兩地中學數學教材中性質、判定，和公式證明方法不同的原因，歸納總結為以下兩種。

(一) 定義的敘述不同導致後續與該定義有關的性質、判定、公式的證明方法不同。兩地關於「相似三角形的判定定理」和「兩條直線平行與垂直的判定定理」證明方法的不同便是為此。實質上，定義敘述的不同，一定程度上也與章節編排順序的不同有關。

(二) 章節編排順序的不同導致章節內的性質、判定，和公式的證明方法不同。兩地關於「平行線的判定與性質定理」、「直角三角形之全等判定定理」，和「兩點間距

離公式」證明方法的不同便是為此。

除此之外可以從兩地教材的定理證明中看出，中版會省略一些證明方法類似的證明，將這些證明留作學生練習，而臺版則會將所有定理的證明都完整編寫在教材中。舉例而言，平行線截角之同位角和同旁內角的性質與判定定理、三角形相似之「SAS」和「AA」判定定理，和利用畢氏定理證明兩點間距離公式，均被中版省略。

七、平面幾何至坐標幾何的銜接

(一) 研究者從第四章第七節兩地中學數學教材函數與圖形知識結構的銜接中，得出以下兩點結論。

1. 就一次函數與直線知識結構的銜接來看，兩地教材都說明了一次函數的圖象是直線，但只有臺版教材將一次函數解析式與直線方程式銜接起來，進而將一次函數的比例係數與直線方程式的斜率銜接起來。但就研究者觀察，雖然臺版相較於中版對以上知識的銜接安排得較好，但兩地教材都未將比例係數對一次函數的影響與斜率對直線的影響，徹底銜接起來。

2. 就二次函數與拋物線知識結構的銜接來看，兩地中學數學教材都說明了二次函數圖象是拋物線，並將拋物線的幾何性質與二次函數的性質一一對應。除此之外，中版教材在拋物線一節內嚴謹證明了二次函數圖象是拋物線，而臺版教材則是在討論不同形式的拋物線與開口方向的關係時，將其與二次函數的解析式與開口方向的關係銜接起來。但兩地教材都沒有將二次函數解析式與其性質的關係與拋物線方程式與其幾何性質的關係，徹底銜接起來。

綜上，雖然臺版相對於中版來說，對一次函數與直線在知識結構的銜接安排得較好，但兩地教材在函數與圖象知識結構的銜接上，都有一定的改進空間。

(二) 研究者發現兩地教材關於平面幾何與坐標幾何的銜接，還體現在軸對稱或中心對稱平面上的圖形的變化與對應變化的點的坐標，點與圓平面上的位置關係和利用點的坐標和圓的方程式判別它們的位置關係，直線與圓平面上的位置關係和利用直線和圓的方程式判別它們的位置關係，以及畢氏定理與距離公式等內容上。由於兩地教材關於

以上內容的銜接都安排得較好，且差異不大，因此本論文將不對此進行詳細敘述。

第二節 兩地中學數學教材的編寫建議

由以上對兩地中學數學教材的結論可以發現，兩地教材在編排順序、布題數和教學活動數、布題認知需求層次、概念引入方式、定理證明方法，和函數與圖形知識結構的銜接方面，編寫上都有所不同。本節將從以上幾個方面出發，對兩地中學數學教材之平面幾何與坐標幾何的編寫，提出一些個人看法和建議，希望能夠為教材編寫工作者提供一些有借鑒價值的資料。

一、中版中學數學教材可借鑒於臺版教材之建議

(一) 增強數學知識內在的完整性

中版中學數學教材知識是以「螺旋上升」的方式編寫的，這固然在一定程度上遵循和順應了學生的螺旋上升認知規律，但同時也在一定程度上打亂了數學知識內在連結的整體性，弱化了數學自身的系統性。中版中學數學教材可以在遵循學生認知結構螺旋上升的基礎上，通過數學各部分之間、數學概念之間，將數學思想方法做有機的整合，突出數學學習的整體性，同時把握數學學習的主體性，最終實現學生數學知識學習的內在完整性。此外，還要通過加強各學段、各年級之間的關聯，來實現數學知識邏輯上的完整性。

(二) 增加例題量，注重知識形成的過程性

中版教材布題集中於練習題，因此雖然蘊含了一些數學解題策略，但是很少明確提出具體的闡述。這種方法無疑增加了學生學習數學的難度。因此在今後的教材編寫中，中版教材可以通過增加例題的數量來增加具體演示和說明，重視學生知識形成的過程性，加深對基礎知識的理解，以提高學生數學思考以及具體解決問題的能力。

(三) 增加程式性任務和做數學的任務的習題設置，從而提高認知需求層次

中版教材布題為聯繫的程式性任務和做數學的任務（高認知需求層次的題目）占比太少，這限制了學生認知需求層次的發展。因此，建議中版可以增加以上兩類題目的類

型，提高學生的推理能力，增強學生的創造力，促進思維發展。培養推理能力和創造力的數學課堂打破了傳統的呆板的被動接受式的數學課堂，使得數學課堂更加的生動有趣，學生也不再是被動接受式，而是自己主動探索、大膽創新、敢於挑戰自己，使得學生的數學思維和探究問題的能力得到發展。

（四）注重幾何圖形的直觀性

通過對兩地中學數學教材概念引入方式的分析比較發現，臺版初中教材的主要特點是重點培養學生對幾何直觀的感受，而中版初中教材對圖形的利用水準不及臺灣，通常情況下是以文字的形式體現數學概念。而文字存在不夠直觀的弊端，不能迅速的讓學生對幾何平面圖形成印象，以至於理解困難。因此在概念引入中，適當注重幾何圖形的直觀性可以發展學生的想像能力，並且在學生組建圖形的過程中還可以發展他們的操作能力。

（五）重視資訊技術與教材的融合，培養學生的探究精神和實踐能力

相較於臺版高中教材中有很多應用電腦繪圖軟體做幾何圖形和函數圖形，讓學生直觀感受圖形變化的內容，中版高中教材缺乏資訊技術在教材中的體現。教學中運用圖形計算機與數學課程內容整合，應能培養學生深層次的數學思維能力，有利於數學能力的提高（高雪松，金寶錚，2016）。資訊技術融入教材和教學中，學生進行動手探究實驗有利於激發學生的興趣、培養自主學習的能力，和創新能力，進而提高學生的數學素養。因此中版教材可適當增加資訊技術的使用。

（六）優化初高中數學教材知識結構銜接

通過對兩地初高中數學教材在一次函數與直線、二次函數與拋物線的銜接研究發現，在一次函數與直線的知識結構銜接方面，臺灣版教材略優於中版教材。教材知識結構存在脫節，會造成難度跨度大，學生難以適應，進而影響對數學的興趣和信心等問題。建議可以從兩方面入手，一是研讀初中數學教材，深入剖析結構銜接，二是深入調查一線課堂，完善優化教材知識結構。

二、臺版中學數學教材可借鑒於中版教材之建議

(一) 增加例習題情景化設置，提高學生解決實際問題的能力

臺灣中學數學教材例題、練習題缺少情景化的設置，很少與學生生活實際相關，這不僅局限學生解決問題的能力，而且也不利於學生創新能力的培養。因此，臺灣中學數學教材可以增加情景化例習題的設置，將知識內容融於學生的生活情境中，提高學生的實踐能力。

(二) 增加教學活動數，提高學生的動手操作能力

通過對兩地中學數學教材教學活動數的分析比較發現，相較於中版教材在介紹每個概念、性質、判定，和公式之前都通過「探究」、「思考」等教學活動引進，臺版教材對教學活動的安排過少。著名數學教育家波利亞曾說：「數學有兩個側面，一方面它是歐幾里得式的嚴謹科學，從這方面看數學是一門系統的演繹科學；但另一方面，創造過程中的數學，看來卻像是一門實驗性的歸納科學」，「學習任何東西的最好途徑是自己去發現」。根據他的看法，數學教學不僅要關注邏輯推理，還要重視動手操作和探究發現的過程。有些事情是可以教的，但是創新意識卻不是靠老師教出來的，是做出來的，是學生在各個教學環節中不斷親身經歷、不斷鍛煉，不斷積累而形成的(史寧中,2011)。因此，無論是在編寫教材還是在教學中，都應該多設計一些教學活動，從而培養學生的問題意識和創新意識。

(三) 增加程式性任務和做數學的任務的習題設置，提高認知需求層次

臺版中學數學教材布題為聯繫的程式性任務和做數學任務的題目占比太少，這限制了學生認知需求層次的發展。這一點與中版教材存在的問題一樣，因此建議同上，這裏就不再贅述了。

第三節 研究展望

本研究綜合運用文獻分析、內容分析、比較分析等方法對中版中學數學教材與臺版中學數學教材之平面幾何與坐標幾何內容展開分析比較，得到了有關兩地中學數學教材編排順序、單元數、頁數、布題數和教學活動數、布題認知需求層次、概念引入方式，和定理證明方法之差異，與未完全對應的章節和函數與圖形知識結構的銜接之情形等相關結論，並基於此提出改善兩地中學數學教材平面幾何與坐標幾何內容的建議。

本論文囿於時間的限制，僅針對兩地中學數學教材中平面幾何與坐標幾何內容進行分析比較，研究者認為還應在以下幾個方面進行進一步的探索。

一、本研究只分別選取了中版和臺版中學教材各一版的平面幾何與坐標幾何內容的部分進行分析比較，但是兩地關於此部分內容的設置還有很多個版本，每個版本可能都有自己不同的編排方式。因此，未來應對兩地及其他國家或地區教材的相關內容進行分析和比較。

二、平面幾何與坐標幾何內容只是教材內容的一部分。如果想進一步挖掘本論文選取的兩地中學數學教材的差異性，未來還應具體選取教材其他內容進行對比分析，諸如數與代數、統計與概率等等內容。

三、教材的研究還需要更寬廣的視野。由於本研究幾乎只關注教材的內容，在今後的研究中還要拓寬研究視野，例如比較研究不同版本教材的使用對學生學習結果的影響、教材如何影響其他教育因素、教育政策，和經濟政治文化背景如何影響教材的編製和開發等問題。

參考文獻

期刊論文與書籍著作

- 王文科、王智弘（2007）。**教育研究法**（第七版）。臺北：五南。
- 王承旭（1999）。**比較教育史**。人民教育出版社。
- 王建明，張思明（2001）。高中幾何課程標準之我見。**數學教育學報**，10（4），55-58。
- 吳玉炎（2017）。略談初高中坐標幾何銜接教學。**教師通訊**，19，45。
- 吳麗玲、楊德清（2007）。臺灣、新加坡與美國國小五、六年級分數教材佈題呈現與知識屬性差異之研究。**國立編譯館館刊**，35（2），75-86。
- 沈超（2012）。也談數學概念的定義方式。**教學月刊小學版**，2012.11，26-27。
- 李祖祥（2011）。臺灣南一書局《生活》教科書簡評。**教育測量與評價（理論版）**，2011（11），12-17。
- 李開慧（2005）。關於中馬初中數學教材的比較研究。**數學教育學報**，14（1），38-41。
- 林重新（2001）。**教育研究法**。臺北：楊智文化。
- 邵瑞珍（1997）。**教育心理學**。上海：上海教育出版社。
- 郭生玉（2005）。**心理與教育研究法**。臺北：精華。
- 周遠方（2007）。四套高中數學新課標教材的結構比較與思考——以坐標幾何初步為例。**數學通訊**，21，1-6。
- 高雪松，金寶錚（2016）。假於物，授之漁，將遠行——圖形計算器與高中數學教學的整合實驗報告。**數學通報**，55（4），55-59。
- 徐偉民（2013）。國小數學教科書數學問題類型與呈現方式之比較分析——以臺灣、芬蘭、新加坡為例。**科學教育學刊**，21（3），263-289。
- 孫名符（1996）。**數學教育學原理**。臺北：建宏。
- 馬雲鵬（2004）。**教育科學研究方法**。東北師範大學出版社。
- 張奠宙（1994）。**數學教育研究導引**。南京：江蘇教育出版社。
- 黃光雄、簡茂發（1993）。**教育研究法**。臺北：師大書苑。
- 楊德清、陳仁輝（2011）。台灣、美國和新加坡三個七年級代數課程發展學生數學能力方式之研究。**科學教育學刊**，19（1），43-61。
- 楊孝滌（1994）。**傳播研究方法總論**。臺北：三民書局。
- 歐用生（1997）。**教育研究法**。臺北：師大書苑。
- 蔡春美（1993）。幼稚園與小學銜接問題的調查研究。**臺北師範學報**，6，665-730。
- 董純才（1985）。**中國大百科全書教育卷**。北京：中國大百科全書出版社。
- 鐘啟泉（2006）。**現代課程論（新版）**。上海：上海教育出版社。
- 傅志強（2010）。平面幾何知識在坐標幾何中的兩大用處。**中學生數理化教與學**，2010.01，79。
- 嚴學怡（2000）。教育體系內學制間溝通、銜接的特點、形式和方法。**上海電機技術高等專科學報**，2000（1），9-12。

- 蕭儒棠、吳慧璿 (2017)。大型教育調查研究實務：以 TASA 為例。新北：國家教育研究院。
- Ding, M., & Li, X. (2010). A comparative analysis of distributive property in U.S. and Chinese elementary mathematics textbooks. *Cognition and Instruction*, 28(2), 146-180.
- Duke, C. (1985). *A Look at Current State-Wide Text Adoption Procedures*. Retrieved March 10, 2010 from <http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED254864.pdf>
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). *Textbook research in mathematics education: development status and directions*. *ZDM*, 45(5), 633-646.
- Goodlad, J. I. (1984). *A place called school*. New York: McGraw-Hill.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., & Jacobs, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 video study*. Washington, DC: U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics.
- National Assessment of Educational Progress. (2013). *What does the NAEP mathematics assessment measure??* Retrieved from <https://nces.ed.gov/nationsreportcard/mathematics/whatmeasure.aspx>
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Cogan, L. S., Jakwerth, P. M., & Houang, R. T. (1999). *Facing the consequences: Using TIMSS for a closer look at US mathematics and science education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers
- Son, J., & Senk, S. L. (2010). *How reform curricula in the USA and Korea present multiplication and division of fractions*. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 117-142.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). *Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms*. *American Educational Research Journal*, 33, 455-488.
- Stein, M. K. (2001)。實驗初中數學課程標準的教學實例。李忠如 譯。上海：上海教育出版社。
- Stein, M., Remillard, J., & Smith M. (2007). *How curriculum influences student learning*. In F. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Greenwich, CT: Information Age.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2004). *Improving mathematics teaching*. *Educational Leadership*, 61(5), 12-17.
- Tarr, J. E., Reys, R. E., Reys, B. J., Chavez, O., Shih, J., & Osterlind, S. (2008). *The impact of middle grades mathematics curricula and the classroom learning environment on student achievement*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(3), 247-280.

學位論文

- 謝小明 (2014)。中美兩國三地高中數學幾何教材比較研究——以美國 Prentice Hall 版、臺灣南一版和大陸人教 A 版教材。廣西師範大學。
- 楊海麗 (2018)。兩套高中數學教材例題習題配置的比較研究——以必修 2「坐標幾何初步」為例。河北師範大學。
- 張瀟瀟 (2013)。基於概念引入的高中數學教材比較研究。首都師範大學。
- 宋琳琳 (2015)。中英初中數學教材中定義引入方式的比較研究。東北師範學院。
- 幹薇 (2006)。運用教育銜接思想幫助大學新生適應的必要性論證及實施策略。上海師範大學。
- 謝金芮 (2014)。初高中數學知識結構銜接研究——以現行人教版教材為例。西南大學。
- 胡莉莉 (2008)。中美初中數學教材難度的比較研究——以我國人教版和美國 Prentice Hall 教材為例。華東師範大學。
- 姚雪 (2010)。上海、香港、新加坡高中數學教科書的比較研究。華東師範大學。
- 黃倩 (2013)。臺灣地區和大陸地區高中數學教材的比較研究。華中師範大學。
- 何亮亮 (2013)。我國大陸與臺灣高中數學教材的比較研究——以人教 A 版與南一版為例。西北師範大學。
- 田一君 (2016)。中美初中幾何知識編排的比較——以中國人教版和美國 ML 版教材為例。西南大學。
- 梁竹 (2010)。中國、新加坡初中教材平面幾何。華東師範大學。
- 孫海曼 (2013)。在我國大陸與臺灣地區初中數學教材「圖形與幾何」部分的比較研究——以大陸人教版與臺灣南一版。廣西師範大學。
- 林鴻哲 (2013)。臺灣、中國上海、新加坡國中幾何教材內容之比較。國立嘉義大學。
- 張玟溢 (2020)。臺灣、美國、新加坡國中函數主題教材之比較研究。國立嘉義大學。
- 薑瑞 (2020)。人教版、蘇科版與滬教版初中數學教材幾何習題的比較研究。信陽師範學院。
- 軒轅新琪 (2019)。中澳初中數學教科書幾何概念引入的比較研究。天津師範學院。
- 劉婧 (2013)。人教版初高中數學教材銜接。西南大學。
- 史建雲 (2011)。新課標下普通高中數學教材使用情況的調查研究——以人教 A 版教材為例。曲阜師範大學。
- 鄭婷芸 (2011)。臺灣、美國新加坡國中階段幾何教材內容之分析比較。國立嘉義大學。

文檔

- 中華人民共和國教育部。義務教育數學課程標準 (2011 年版)。北京師範大學出版社。
- 中華人民共和國教育部。普通高中數學課程標準 (2017 年版 2020 年修訂)。
- 臺灣教育部。十二年國民基本教育課程綱要 (2018 年版)。
- 林福來 (1994)。八十三年度基礎科目數學科試題研發工作計畫。臺北市：大學入學考試中心。

章紅雨（2011）。人教版新課標實驗教材選用率超 50%。中國新聞出版報。2011-9-22
第 3 版。

教育部辦公廳（2019）。新高考過渡時期數學學科考試範圍說明。

教材

- 林群。義務教育課程標準試驗教科書（數學）7 年級上冊。北京：人民教育出版社。
- 林群。義務教育課程標準試驗教科書（數學）7 年級下冊。北京：人民教育出版社。
- 林群。義務教育課程標準試驗教科書（數學）8 年級上冊。北京：人民教育出版社。
- 林群。義務教育課程標準試驗教科書（數學）8 年級下冊。北京：人民教育出版社。
- 林群。義務教育課程標準試驗教科書（數學）9 年級上冊。北京：人民教育出版社。
- 林群。義務教育課程標準試驗教科書（數學）9 年級下冊。北京：人民教育出版社。
- 章建躍、李增滄。普通高中教科書（數學）必修第一冊。北京：人民教育出版社。
- 章建躍、李增滄。普通高中教科書（數學）必修第二冊。北京：人民教育出版社。
- 章建躍、李增滄。普通高中教科書（數學）必修第一冊。北京：人民教育出版社。
- 章建躍、李增滄。普通高中教科書（數學）必修第二冊。北京：人民教育出版社。
- 章建躍、李增滄。普通高中教科書（數學）必修第三冊。北京：人民教育出版社。
- 國民中學《數學第一冊》。匿名。
- 國民中學《數學第二冊》。匿名。
- 國民中學《數學第三冊》。匿名。
- 國民中學《數學第四冊》。匿名。
- 國民中學《數學第五冊》。匿名。
- 國民中學《數學第六冊》。匿名。
- 高級中學《數學（一）》。匿名。
- 高級中學《數學（二）》。匿名。
- 高級中學《數學（三）B》。匿名。
- 高級中學《數學（四）B》。匿名。